

《宁夏回族自治区教育厅中小学教辅材料评议推荐目录》

推 荐 教 辅 图 书

数学

# 学习 之友

《学习之友》编写组 / 编



黄河出版传媒集团  
宁夏人民教育出版社

八年级

(上册)人教版

《学习之友》编写委员会

主 编 岳维鹏  
副 主 编 赵保利  
执 行 主 编 吕晓雅  
编 委 李益珠 邸彦春 慕 英 王俊生 张子清 杨 成 伍彩莲 王旭华  
安 奇 杨威虎 马桂萍 武 琪 官晓刚 马学梅 王俊昌 金 慧  
武卫民 王 春 杨志兵 朱莉莉 马 丽 李 鹏 李玉磊 赵永涛

本 册 主 编 杨 成  
本册编写者 孙学敦 高 仙 何学琴 杨政龙 李慧军

图书在版编目(CIP)数据

学习之友. 八年级数学 上册 人教版 / 《学习之友》  
编写组编. — 银川 : 宁夏人民教育出版社, 2022. 7  
ISBN 978-7-5544-4889-2

I. ①学… II. ①学… III. ①中学数学课—初中—教  
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP 数据核字(2022)第 106901 号

学习之友 八年级数学(上册) 人教版

《学习之友》编写组 编

责任编辑 师传岩  
责任校对 王 宁  
封面设计 胥磊磊 石 磊  
责任印制 殷 戈



黄河出版传媒集团 出版发行  
宁夏人民教育出版社

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)  
网 址 <http://www.yrpubm.com>  
网上书店 <http://www.hh-book.com>  
电子信箱 [jiaoyushe@yrpubm.com](mailto:jiaoyushe@yrpubm.com)  
邮购电话 0951-5055531  
经 销 宁夏新华发行集团有限公司(全区各地新华书店有售)  
印刷装订 陕西思维印务有限公司  
印刷委托书号 (宁)0023958

开本 880 mm×1230 mm 1/16  
印张 9.5 字数 238 千字  
版次 2022 年 7 月第 1 版  
印次 2022 年 7 月第 1 次印刷  
书号 ISBN 978-7-5544-4889-2  
定价 13.60 元

版权所有 翻印必究

如发现印、装质量问题,影响阅读,请拨打投诉电话:0951-5014284



微信扫码

★查答案 ★学基础

★记错题

# 致同学

亲爱的同学们：

祝贺大家进入一个新的学习起点！衷心希望你通过《学习之友》的使用有所收获。在今后的学习中，你将进一步步入数学的“殿堂”，你的每一点进步都将是走向成功的一个阶梯！

这本《学习之友》是在经过几年的使用后，广泛征求一线老师和同学的意见和建议，聘请教研员和一线骨干教师精心为同学们编写的。在编写中力求面向全体学生，尽可能地贴近学生的认知水平和生活经验。《学习之友》所选内容、习题，按由浅入深、由易到难、循序渐进的顺序排列，既注重夯实基础，又重视能力发展，为学生知识、能力、素质的协调发展提供服务。

书中开辟了“目标导引”“学法指导”“基础训练”“巩固应用”“拓展提升”“期中、期末测试”等模块，各模块的设置与教学进度完全同步，能够做到一课时一练。

目标导引：明晰学习目标，在学习目标指引下，通过自主思考或合作交流解答问题，提高学习活动的针对性和有效性。

学法指导：对易混、易错、易漏的问题进行点拨，对学习者的学习方法的传授、引导，使其掌握科学的学习方法并灵活运用于学习之中。

基础训练：通过对所学知识的理解，掌握基础知识、基本技能，检查本节课的学习效果。

巩固应用：巩固本节课所学知识，进一步体会和运用数学思想方法，在获得基本的数学活动经验的基础上掌握技能与技巧，深化对所学知识的理解，发展同学们的思维能力。

拓展提升：以课上所学知识为基础，在问题思考中感受教学的价值；在综合运用知识解决问题中，拓展眼界与视野；在用数学的语言表达中，感悟数学与世界的联系。

章末检测：对本章知识、运算技能、基本思想方法的掌握情况进行考查，检查学习效果。

期中、期末测试题分A组题与B组题，A组题主要是面向全体学生，系统考查基础知识、基本技能和基本思想方法，涉及简单的综合问题，检查学习效果。B组题在同学们对所学知识掌握的基础上，综合考查运用知识分析问题、解决问题的能力。同学们可根据自己的能力有选择地完成。

在课堂上同学们参加了生动、丰富的数学活动，但由于每节课的时间是有限的，不足以巩固课堂上学习的知识，因此希望同学们能够根据各自的能力有选择地完成练习题目。在完成这些题目的过程中，你会发现有些题目综合性较强，对思维的要求较高，但只要你想一想，并和同学们交流一下就能够完成。通过完成这些题目，可以使你体会到战胜困难的乐趣，学会解决问题的方法，培养学习数学的兴趣。

这本《学习之友》可能并不是十分“丰厚”，但它倾注了所有编者的心血和汗水。我们迫切希望大家在使用过程中给我们提出宝贵意见。衷心祝愿《学习之友》成为同学们学习数学的好帮手、好朋友。

现在就让我们一起打开书，走近数学吧！

编者

# 目录

## Contents

### 第十一章 三角形

11.1.1 三角形的边 .....	002
11.1.2 三角形的高、中线与角平分线 .....	004
11.1.3 三角形的稳定性 .....	006
11.2.1 三角形的内角(1) .....	007
11.2.1 三角形的内角(2) .....	008
11.2.2 三角形的外角 .....	009
11.3.1 多边形 .....	011
11.3.2 多边形的内角和 .....	012

第 11 章 章末复习 .....	014
-------------------	-----

### 第十二章 全等三角形

12.1 全等三角形 .....	017
12.2.1 三角形全等的条件(SSS) .....	019
12.2.2 三角形全等的条件(SAS) .....	021
12.2.3 三角形全等的条件(ASA、AAS) .....	023
12.2.4 三角形全等的条件(HL) .....	025
12.2.5 三角形全等的条件 .....	027
12.3.1 角的平分线的性质 .....	029
12.3.2 角的平分线的判定 .....	030

第 12 章 章末复习 .....	032
-------------------	-----

### 第十三章 轴对称

13.1 轴对称(1) .....	035
13.1 轴对称(2) .....	037
13.1 轴对称(3) .....	039
13.2 画轴对称图形(1) .....	041
13.2 画轴对称图形(2) .....	042
13.3.1 等腰三角形(1) .....	043
13.3.1 等腰三角形(2) .....	045
13.3.2 等边三角形(1) .....	047
13.3.2 等边三角形(2) .....	048
13.3 整理复习 .....	049
13.4 课题学习 .....	051

第 13 章 章末复习 .....	052
-------------------	-----

### 第十四章 整式的乘法与因式分解

14.1.1 同底数幂的乘法 .....	055
14.1.2 幂的乘方 .....	057
14.1.3 积的乘方 .....	059
14.1.4 整式的乘法(1) .....	061

14.1.4 整式的乘法(2) .....	063
-----------------------	-----

14.1.4 整式的乘法(3) .....	065
-----------------------	-----

14.1.4 整式的乘法(4) .....	067
-----------------------	-----

14.1.4 整式的乘法(5) .....	069
-----------------------	-----

14.1 整理复习 .....	070
-----------------	-----

14.2.1 平方差公式 .....	072
--------------------	-----

14.2.2 完全平方公式(1) .....	074
------------------------	-----

14.2.2 完全平方公式(2) .....	076
------------------------	-----

14.3.1 提公因式法 .....	077
--------------------	-----

14.3.2 公式法(1) .....	079
---------------------	-----

14.3.2 公式法(2) .....	081
---------------------	-----

14.3 整理复习 .....	082
-----------------	-----

第 14 章 章末复习 .....	084
-------------------	-----

### 第十五章 分式

15.1.1 从分数到分式 .....	087
---------------------	-----

15.1.2 分式的基本性质(1) .....	089
-------------------------	-----

15.1.2 分式的基本性质(2) .....	091
-------------------------	-----

15.2.1 分式的乘除(1) .....	093
-----------------------	-----

15.2.1 分式的乘除(2) .....	095
-----------------------	-----

15.2.1 分式的乘除(3) .....	096
-----------------------	-----

15.2.2 分式的加减(1) .....	098
-----------------------	-----

15.2.2 分式的加减(2) .....	100
-----------------------	-----

15.2.3 整数指数幂(1) .....	102
-----------------------	-----

15.2.3 整数指数幂(2) .....	103
-----------------------	-----

15.2 整理复习 .....	105
-----------------	-----

15.3 分式方程(1) .....	107
--------------------	-----

15.3 分式方程(2) .....	109
--------------------	-----

15.3 分式方程(3) .....	111
--------------------	-----

15.3 整理复习 .....	113
-----------------	-----

第 15 章 章末复习 .....	115
-------------------	-----

第十一章 单元检测 .....	117
-----------------	-----

第十二章 单元检测 .....	120
-----------------	-----

第十三章 单元检测 .....	124
-----------------	-----

第十四章 单元检测 .....	128
-----------------	-----

第十五章 单元检测 .....	131
-----------------	-----

期中测试题(A) .....	134
----------------	-----

期中测试题(B) .....	138
----------------	-----

期末测试题(A) .....	142
----------------	-----

期末测试题(B) .....	145
----------------	-----





微信扫码

★查答案 ★学基础

★记错题

## 第十一章 三角形



### 目标导引

1. 理解三角形的顶点、内角以及三角形的边等有关概念.
2. 掌握一个三角形的高、中线、角平分线及其定义,对于任意一个三角形,会画出它的中线、角平分线和高线.
3. 三角形三边之间的关系.
4. 通过观察和实地操作得到三角形具有稳定性,四边形没有稳定性,有稳定性与没有稳定性在生产、生活中被广泛应用.
5. 掌握三角形的内角和定理及三个推论.
6. 掌握三角形的外角的概念及外角和.
7. 掌握多边形的内角和公式及外角和.



### 学法指导

1. 感受生活中处处存在着三角形的实

际例子,体会三角形的使用价值.

2. 学会根据三条线段的长度判断他们能否构成三角形,会画出任意三角形的高、中线、角平分线.

3. 了解三角形的稳定性.

4. 会用平行线的性质与平角的定义说明三角形内角和等于  $180^\circ$  度.

5. 会运用多边形的内角和及外角和定理进行有关计算.

6. 帮助学生树立几何知识源于客观实际,用客观实际的观念,激发学生学习的兴趣.

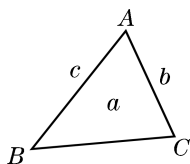
7. 让学生在观察、合作、讨论、交流中感受数学转化思想和实际应用价值,同时培养学生善于发现、积极思考、合作学习、勇于创新的学习态度.

## 11.1.1 三角形的边



### 基础训练

1. 顶点是  $A, B, C$  的三角形记作: \_\_\_\_\_; 线段 \_\_\_\_\_ 叫做三角形的边; 点 \_\_\_\_\_ 叫做三角形的顶点; \_\_\_\_\_ 叫做三角形的内角, 简称三角形的角. 三角形的边还可以怎么表示? 答: \_\_\_\_\_.



2. 以下列各组线段的长为边, 能组成三角形的是 ( )

A. 2 cm, 3 cm, 5 cm  
B. 2 cm, 3 cm, 4 cm  
C. 2 cm, 5 cm, 10 cm  
D. 8 cm, 4 cm, 4 cm

3. 若某三角形的两边长分别为 3 和 4, 则下列长度的线段能作其第三边的是 ( )

A. 1      B. 5      C. 7      D. 9

4. 下列说法中正确的个数是 ( )

(1) 等边三角形是等腰三角形;  
(2) 三角形按边分类可分为等腰三角形、等边三角形和不等边三角形;  
(3) 三角形的两边之差大于第三边;  
(4) 三角形按角分类应分为锐角三角形、直角三角形和钝角三角形.

A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

5. 三条线段  $a=5, b=3, c$  的值为整数, 由  $a, b, c$  为边长可组成三角形的个数是 ( )

A. 1 个    B. 3 个    C. 5 个    D. 无数个

6. 若三角形的两边长分别是 2 和 7, 则第三边长  $c$  的取值范围是 \_\_\_\_\_; 当周

长为奇数时, 第三边长为 \_\_\_\_\_; 当周长是 5 的倍数时, 第三边长为 \_\_\_\_\_.

7. 若等腰三角形 (有两条边相等的三角形) 的两边长分别为 3 和 7, 则第三边的长为 \_\_\_\_\_.

8. 等腰三角形的周长为 18 cm.

(1) 若已知腰长是底边长的 2 倍, 求各边长;

(2) 若已知一边长为 8 cm, 求其他两边长.



### 巩固应用

1. 已知三角形三边长分别为 2,  $x, 13$ , 则这样的三角形个数为 ( )

A. 2      B. 3      C. 5      D. 无数个

2. 现有四根木棒, 长度分别为 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm, 从中任取三根木棒, 能组成三角形的个数为 ( )

A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

3. 如果三角形的两边长分别为 3 和 5, 则周长  $L$  的取值范围是 ( )

A.  $6 < L < 15$       B.  $6 < L < 16$   
C.  $11 < L < 13$       D.  $10 < L < 16$

4. 已知等腰三角形一边长等于 4, 一边长等于 5, 它的周长是 ( )

- A. 17                      B. 22  
C. 13 或 14              D. 13

5.  $a, b, c$  为三角形三边长, 则化简  $|a+b+c| + |a-b+c| + |a+b-c|$  的结果为 (      )

- A. 0                      B.  $3a+b+c$   
C.  $4a$                       D.  $2b+2c$

6. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $AB=5, BC=2, AC$  长为奇数.

- (1) 求  $\triangle ABC$  的周长;  
(2) 判断  $\triangle ABC$  的形状, 并说明理由.

7. 已知  $\triangle ABC$  的周长为 48 cm, 最大边与最小边之差为 14 cm, 另一边与最小边之和为 25 cm, 求  $\triangle ABC$  各边的长.

8. 已知  $\triangle ABC$  的两边长分别为 3 和 7, 第三边的长是关于  $x$  的方程  $\frac{x+a}{2} = x+1$  的解, 求  $a$  的取值范围.

9. 已知:  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  的三边长,  $b, c$  满足  $(b-2)^2 + |c-3| = 0$ , 且  $a$  满足方程  $|a-4| = 2$ .

- (1) 求  $\triangle ABC$  的周长;  
(2) 判断  $\triangle ABC$  的形状.



### 拓展提升

1. 易知: 等腰三角形三边分别为 4, 4, 5; 5, 5, 6; 6, 6, 7 时, 其周长分别为  $4+4+5=13$ ,  $5+5+6=16$ ,  $6+6+7=19$ , 那么, 等腰三角形的两条边分别为 3 和 8 时, 其周长一定是 14, 这一结论对吗?

2. 已知  $a, b, c$  是三角形的三边长.

- (1) 化简:  $|a-b-c| + |b-c-a| + |c-a+b|$ ;  
(2) 若  $a+b=11, b+c=9, a+c=10$ , 求这个三角形的周长.

## 11.1.2 三角形的高、中线与角平分线



### 基础训练

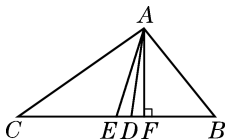
1. 在 $\triangle ABC$ 中, $AE$ 是中线, $AD$ 是角平分线, $AF$ 是高.填空:

(1)  $BE = \underline{\hspace{2cm}} =$

$\frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}};$

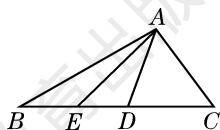
(2)  $\angle BAD = \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}};$

(3)  $\angle AFB = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ.$

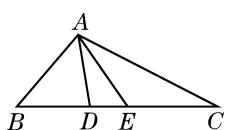


2.  $AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $AE$ 是 $\triangle ABD$ 的角平分线,若 $\angle BAC = 80^\circ$ ,则 $\angle EAD$ 的度数是 ( )

A.  $20^\circ$     B.  $30^\circ$     C.  $45^\circ$     D.  $60^\circ$



第2题图

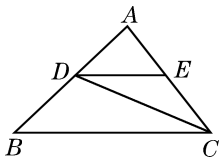


第3题图

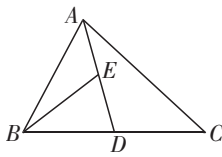
3.  $AE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,已知 $EC = 6$ , $DE = 2$ ,则 $BD$ 的长为 ( )

A. 2    B. 3    C. 4    D. 6

4. 如图, $DE \parallel BC$ , $CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线, $\angle ACB = 60^\circ$ ,那么 $\angle EDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



第4题图



第5题图

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $D$ 是 $BC$ 的中点, $E$ 是 $AD$ 的中点,若 $S_{\triangle BDE} = 5$ ,则 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$ , $AD$ 是中线, $\triangle ABC$ 的周长为34 cm, $\triangle ABD$ 的周长

是30 cm,求 $AD$ 的长.

7. 已知 $CM$ 是 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ 的中线.

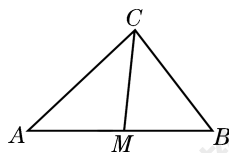
(1) 作出 $\triangle AMC$ 中 $AM$ 边上的高;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为

40,求 $\triangle AMC$ 的面积;

(3) 若 $\triangle AMC$ 的面积为

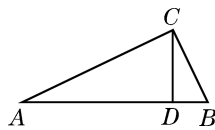
12,且 $AM$ 边上的高为4,求 $AB$ 的长.



### 巩固应用

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$ , $CD$ 是 $AB$ 边上的高,则图中与 $\angle A$ 相等的角是 ( )

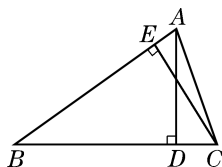
A.  $\angle B$   
B.  $\angle ACD$   
C.  $\angle BCD$   
D.  $\angle BDC$



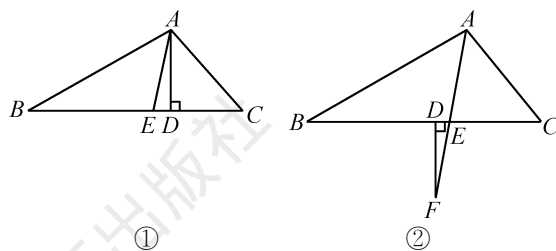
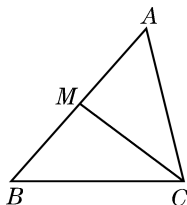
2. 已知 $BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB = 5$ , $BC = 3$ , $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的周长的差是 ( )

A. 2    B. 3    C. 6    D. 不能确定

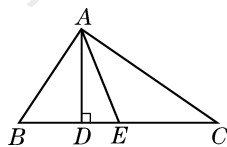
3. 如图所示,  $AD, CE$  分别是  $\triangle ABC$  中边  $BC, AB$  上的高, 若  $AD=10, CE=9, AB=12$ , 求  $BC$  的长.



4. 如图,  $CM$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\triangle BCM$  的周长比  $\triangle ACM$  的周长大  $3\text{ cm}$ ,  $BC=8\text{ cm}$ .
- (1) 求  $AC$  的长;
  - (2) 若设  $\triangle ACM$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle BCM$  的面积为  $S_2$ , 试比较  $S_1$  与  $S_2$  的大小关系.



2. 已知  $AD, AE$  分别是  $\triangle ABC$  的高和中线,  $AB=6\text{ cm}, AC=8\text{ cm}, BC=10\text{ cm}, \angle CAB=90^\circ$ , 求:
- (1)  $AD$  的长;
  - (2)  $\triangle ABC$  的面积;
  - (3)  $\triangle ACE$  和  $\triangle ABE$  的周长的差.



### 拓展提升

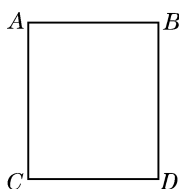
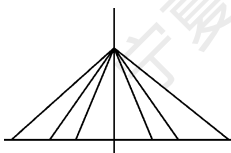
1. (1) 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD, AE$  分别是  $\triangle ABC$  的高和角平分线, 若  $\angle B=30^\circ, \angle C=50^\circ$ . 求  $\angle DAE$  的度数;
  - (2) 如图②, 已知  $AF$  平分  $\angle BAC$ , 交边  $BC$  于点  $E$ , 延长  $AE$  至点  $F$ , 过点  $F$  作  $FD \perp BC$  于点  $D$ , 若  $\angle B=x^\circ, \angle C=(x+36)^\circ$ .
- ①  $\angle CAE = \underline{\hspace{2cm}}$  (用含  $x$  的代数式表示);
  - ② 求  $\angle F$  的度数.

### 11.1.3 三角形的稳定性



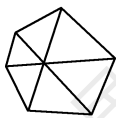
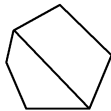
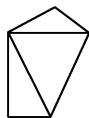
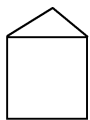
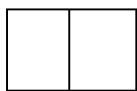
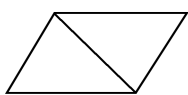
#### 基础训练

- 下列图形中具有稳定性的是 ( )  
A. 正方形 B. 长方形  
C. 直角三角形 D. 平行四边形
- 桥梁的斜拉钢索是三角形的结构,主要是为了 ( )  
A. 节省材料,节约成本  
B. 保持对称  
C. 利用三角形的稳定性  
D. 美观漂亮
- 人站在晃动的公共汽车上,若你分开两腿站立,则需伸出一只手去抓住栏杆才能站稳,这是利用了\_\_\_\_\_.
- 小明放学回家,发现他家的长方形窗框在四个顶点出现松动,不稳定了,你能帮他修好吗? 说明理由.

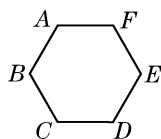
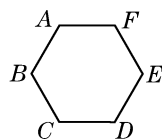
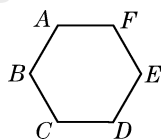


#### 巩固应用

- 下列图中具有稳定性的有 ( )  
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 要使五边形木架(用 5 根木条钉成)不变形,至少要再钉\_\_\_\_\_根木条.
- 伸拉门能自由伸拉主要是应用了四边形的\_\_\_\_\_.

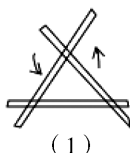


- 小明家有一个由六条钢管连接而成的钢架  $ABCDEF$ , 为了使这一钢架稳固, 他计划在钢架的内部用三根钢管连接使它不变形, 请帮助小明解决这个问题.(画图说明, 用三种不同的方法)

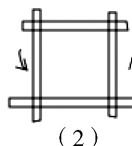


#### 拓展提升

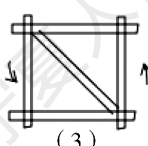
- 如图(1)扭动三角形木架, 它的形状会改变吗?  
如图(2)扭动四边形木架, 它的形状会改变吗?  
如图(3)斜钉一根木条的四边形木架它的形状会改变吗? 为什么?



(1)



(2)



(3)

归纳: ① 三角形木架的形状\_\_\_\_\_, 说明三角形具有\_\_\_\_\_;  
② 四边形木架的形状\_\_\_\_\_说明四边形没有\_\_\_\_\_.

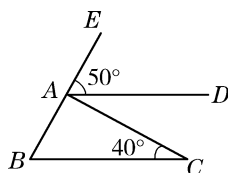


## 11.2.1 三角形的内角(1)

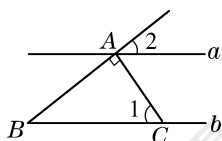


### 基础训练

1. 已知  $AD \parallel BC$ ,  $\angle EAD = 50^\circ$ ,  $\angle ACB = 40^\circ$ , 则  $\angle BAC =$  \_\_\_\_\_.



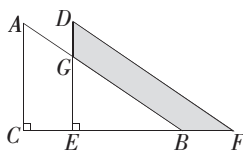
第1题图



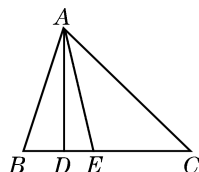
第2题图

2. 直线  $a \parallel b$ ,  $AC \perp AB$ ,  $AC$  交直线  $b$  于点  $C$ ,  $\angle 1 = 65^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数是 ( )  
A.  $65^\circ$  B.  $50^\circ$  C.  $35^\circ$  D.  $25^\circ$

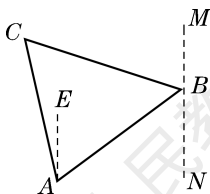
3. 如图所示, 直角三角形  $ACB$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 12$ , 将直角三角形  $ACB$  沿  $CB$  方向平移得直角三角形  $DEF$ ,  $BF = 4$ ,  $DG = 3$ , 则阴影部分面积为 \_\_\_\_\_.



4. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的高,  $AE$  平分  $\angle BAC$ ,  $\angle B = 75^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ , 求  $\angle DAE$  与  $\angle AEC$  的度数.

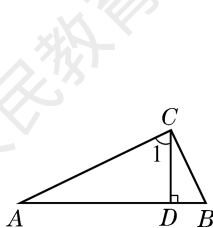


5. 点  $A$  在点  $B$  的南偏西  $60^\circ$ , 点  $C$  在点  $B$  的北偏西  $75^\circ$ , 在点  $A$  的北偏西  $10^\circ$ , 求  $\angle ACB$  的度数.

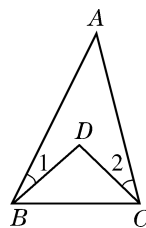


### 巩固应用

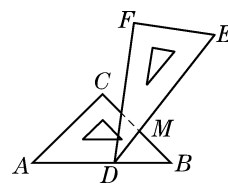
1. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于点  $D$ , 则  $\angle B =$  \_\_\_\_\_.



第1题图



第2题图



第3题图

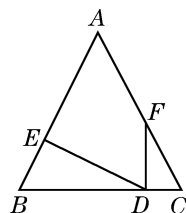
2. 已知  $\angle 1 = 20^\circ$ ,  $\angle 2 = 25^\circ$ ,  $\angle A = 35^\circ$ , 则  $\angle BDC$  的度数为 \_\_\_\_\_.
3. 一副三角板叠在一起如图放置, 最小锐角的顶点  $D$  恰好放在等腰直角三角板的斜边  $AB$  上,  $BC$  与  $DE$  交于点  $M$ , 如图,  $\angle ADF = 100^\circ$ , 那么  $\angle BMD$  为 \_\_\_\_\_ 度.

4. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} \angle ABC$ ,  $BD$  是角平分线, 求  $\angle A$  及  $\angle ADB$  的度数.



### 拓展提升

1. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = \angle C$ ,  $FD \perp BC$ ,  $DE \perp AB$ ,  $\angle AFD = 158^\circ$ , 求  $\angle EDF$  的度数.



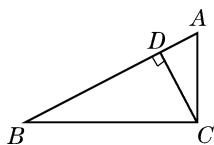
## 11.2.1 三角形的内角(2)



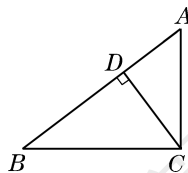
### 基础训练

1.  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于  $D$ , 图中与  $\angle A$  互余的角有 ( )

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个



第 1 题图



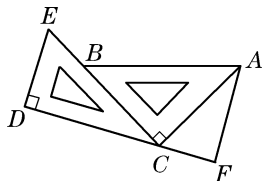
第 3 题图

2. 已知  $\angle A = 53^\circ$ ,  $\angle B = 37^\circ$ , 则  $\triangle ABC$  为 ( )

A. 锐角三角形 B. 钝角三角形  
C. 直角三角形 D. 以上都有可能

3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 25^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于  $D$ , 则  $\angle ACD =$  \_\_\_\_\_.

4. 一副三角板如图所示摆放, 以  $AC$  为一边, 在  $\triangle ABC$  外作  $\angle CAF = \angle DCE$ , 边  $AF$  交  $DC$  的延长线于  $F$ , 求  $\angle F$  的度数.



### 巩固应用

1. 具备下列条件的  $\triangle ABC$  中, 不为直角三角形的是 ( )

A.  $\angle A + \angle B = \angle C$   
B.  $\angle A = \angle B = \frac{1}{2}\angle C$   
C.  $\angle A = 90^\circ - \angle B$   
D.  $\angle A - \angle B = 90^\circ$

2. 直角三角形中两个锐角的差为  $20^\circ$ , 则两个锐角的度数分别为 \_\_\_\_\_ 度, \_\_\_\_\_ 度.

3. 如图,  $AE$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $AD \perp$

$BC$  于点  $D$ , 若  $\angle BAC = 128^\circ$ ,  $\angle C = 36^\circ$ , 则  $\angle DAE$  的度数是 ( )

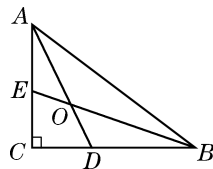
A.  $10^\circ$  B.  $12^\circ$  C.  $15^\circ$  D.  $18^\circ$



4. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $BE$  平分  $\angle ABC$ .

(1) 求  $\angle ABE$  与  $\angle DAB$  的度数和;

(2) 求  $\angle EOD$  的度数.

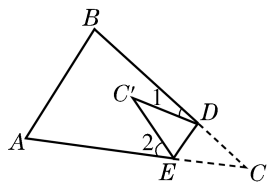


### 拓展提升

1. 如图, 将  $\triangle ABC$  的一个角折叠, 使点  $C$  落在  $\triangle ABC$  内部一点  $C'$  上.

(1) 若  $\angle 1 = 40^\circ$ ,  $\angle 2 = 30^\circ$ , 求  $\angle C$  的度数;

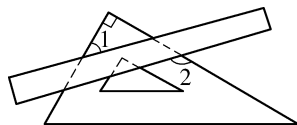
(2) 试通过第(1)问, 直接写出  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle C$  三者之间的数量关系.



## 11.2.2 三角形的外角

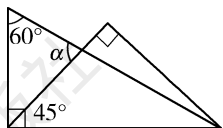
### 基础训练

1. 把一把直尺与一个三角板如图放置,若 $\angle 1 = 45^\circ$ ,则 $\angle 2$ 的度数为 ( )



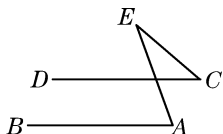
- A.  $115^\circ$       B.  $120^\circ$   
C.  $145^\circ$       D.  $135^\circ$

2. 将一副直角三角板按图所示叠放在一起,则图中 $\angle \alpha$ 的度数是 ( )



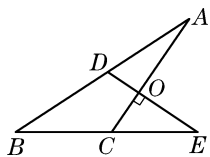
- A.  $45^\circ$       B.  $60^\circ$   
C.  $75^\circ$       D.  $90^\circ$

3. 直线 $AB \parallel CD$ , $\angle A = 70^\circ$ , $\angle C = 40^\circ$ ,则 $\angle E$ 等于 ( )

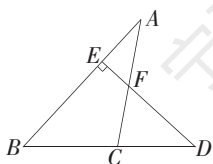


- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $70^\circ$

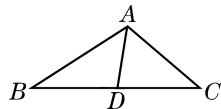
4. 如图所示, $AC \perp DE$ ,垂足为 $O$ , $\angle B = 35^\circ$ , $\angle E = 30^\circ$ ,则 $\angle A =$ \_\_\_\_\_.



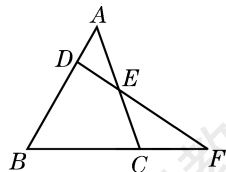
5. 如图 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B = 1 : 2$ , $DE \perp AB$ 于 $E$ ,且 $\angle FCD = 75^\circ$ ,则 $\angle D =$ \_\_\_\_\_.



6. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$ , $D$ 为 $BC$ 边上的一点, $\angle B = 30^\circ$ , $\angle DAB = 45^\circ$ ,求 $\angle DAC$ 的度数.

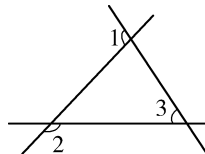


7. 已知 $DE$ 分别交 $\triangle ABC$ 的边 $AB, AC$ 于 $D, E$ ,交 $BC$ 的延长线于点 $F$ , $\angle B = 65^\circ$ , $\angle ACB = 76^\circ$ , $\angle AED = 46^\circ$ ,求 $\angle BDF$ 的度数.



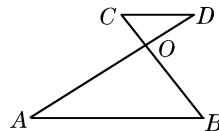
### 巩固应用

1. 如图, $\angle 1 = 100^\circ$ , $\angle 2 = 145^\circ$ ,那么 $\angle 3$ 等于 ( )



- A.  $55^\circ$       B.  $65^\circ$   
C.  $75^\circ$       D.  $85^\circ$

2. 已知 $AD$ 与 $BC$ 相交于点 $O$ , $AB \parallel CD$ ,如果 $\angle B = 40^\circ$ , $\angle D = 30^\circ$ ,则 $\angle AOC$ 的大小为 ( )

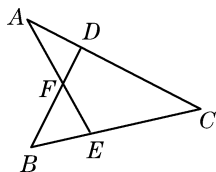


- A.  $60^\circ$       B.  $70^\circ$   
C.  $75^\circ$       D.  $85^\circ$

3. 若一个三角形的一个外角小于与它相邻的内角,则这个三角形是 ( )

- A. 直角三角形      B. 锐角三角形  
C. 钝角三角形      D. 无法确定

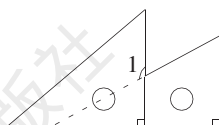
4. 若  $\angle A = 32^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 38^\circ$ , 则  $\angle DFE$  等于 ( )



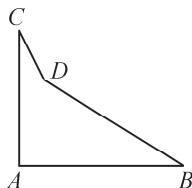
- A.  $120^\circ$    B.  $115^\circ$    C.  $110^\circ$    D.  $100^\circ$

5. 已知等腰三角形(有两个内角相等的三角形是等腰三角形)的一个外角为  $150^\circ$ , 则它的底角为 \_\_\_\_\_.

6. 将一副三角板摆放成如图所示, 图中  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_.



7. 一个零件的形状如图, 按规定  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle B$  和  $\angle C$  应分别是  $32^\circ$  和  $21^\circ$ , 检验工人量得  $\angle BDC = 149^\circ$ , 就判断这个零件不合格, 运用三角形的有关知识说明零件不合格的理由.

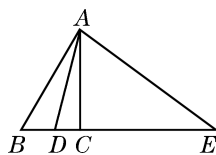


8. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle EAD = \angle EDA$ ,  $\angle EAC = \angle B$ .

(1)  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线吗? 为什么?

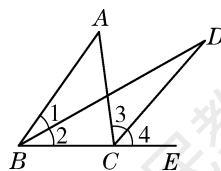
(2) 已知  $\angle B = 50^\circ$ ,  $\angle E = 40^\circ$ , 求  $\angle ACE$

和  $\angle ADC$  的度数.

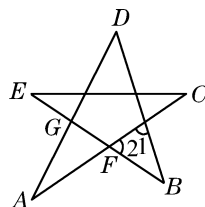


### 拓展提升

1. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC$  的平分线与  $\angle ACB$  外角平分线相交于点  $D$ , 试猜想  $\angle D$  与  $\angle A$  的大小关系, 并说明理由.



2. 求  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$  的度数是多少?



## 11.3.1 多边形

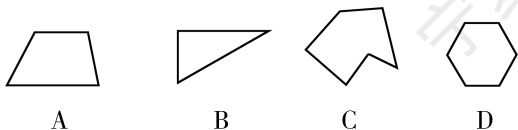


### 基础训练

1. 在平面内,由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做 ( )

A. 三角形                  B. 四边形  
C. 五边形                  D. 多边形

2. 如图,不是凸多边形的是 ( )



3. 在凸多边形中,四边形有两条对角线,五边形有 5 条对角线,观察探索凸十边形的对角线有 ( )

A. 29 条                  B. 32 条  
C. 35 条                  D. 38 条

4. 如果多边形的 \_\_\_\_\_, 那么就称它为正多边形.



### 巩固应用

1. 从一个  $n$  边形的同一个顶点出发,分别连接这个顶点与其余各顶点,若把这个多边形分割成 6 个三角形,则  $n$  的值是 ( )

A. 6                          B. 7  
C. 8                          D. 9

2.  $n$  边形的对角线的条数为 0,则  $n =$  \_\_\_\_\_.

3. 一个正多边形的周长是 100,边长为 10,则正多边形的边数  $n =$  \_\_\_\_\_.

4. 如果从一个多边形的一个顶点出发,分别连接这个顶点与其余各顶点,可将这个多边形分割成 2013 个三角形,那么此多边形的边数为 \_\_\_\_\_.

5. (1) 如图,  $O$  为四边形

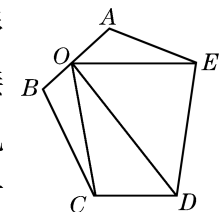
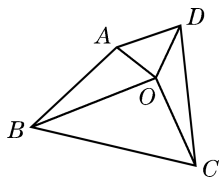
$ABCD$  内一点,连接  $OA,OB,OC,OD$  可以得

几个三角形? 它与边数有何关系?

- (2) 如图,  $O$  在五边形

$ABCDE$  的  $AB$  边上,连接

$OC,OD,OE$ ,可以得到几个三角形? 它与边数有何关系?



### 拓展提升

1. (1) 从四边形的一个顶点出发可以画 \_\_\_\_\_ 条对角线,把四边形分成了 \_\_\_\_\_ 个三角形,四边形共有 \_\_\_\_\_ 条对角线.

(2) 从五边形的一个顶点出发可以画 \_\_\_\_\_ 条对角线,把五边形分成了 \_\_\_\_\_ 个三角形,五边形共有 \_\_\_\_\_ 条对角线.

(3) 从六边形的一个顶点出发可以画 \_\_\_\_\_ 条对角线,把六边形分成了 \_\_\_\_\_ 个三角形,六边形共有 \_\_\_\_\_ 条对角线.

(4) 猜想: ① 从 100 边形的一个顶点出发可以画 \_\_\_\_\_ 条对角线,把 100 边形分成了 \_\_\_\_\_ 个三角形,100 边形共有 \_\_\_\_\_ 条对角线.

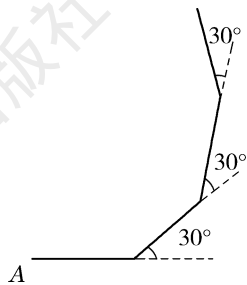
② 从  $n$  边形的一个顶点出发可以画 \_\_\_\_\_ 条对角线,把  $n$  边形分成了 \_\_\_\_\_ 个三角形; $n$  边形共有 \_\_\_\_\_ 条对角线.

## 11.3.2 多边形的内角和



### 基础训练

- 四边形的内角和为 ( )  
A.  $180^\circ$  B.  $360^\circ$   
C.  $540^\circ$  D.  $720^\circ$
- 一个多边形的内角和是  $720^\circ$ , 则这个多边形的边数是 ( )  
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- 一个正多边形的每个外角都等于  $45^\circ$ , 那么这个多边形的边数为 \_\_\_\_\_, 它的内角和为 \_\_\_\_\_.
- 已知正  $n$  边形的一个内角为  $135^\circ$ , 则边数  $n$  的值是 ( )  
A. 6 B. 7 C. 8 D. 10
- 一个凸多边形的内角和是  $540^\circ$ , 那么这个多边形的对角线的条数是 ( )  
A. 2 B. 3  
C. 4 D. 5
- 将一个  $n$  边形变成  $n+1$  边形, 内角和将 ( )  
A. 减少  $180^\circ$  B. 增加  $90^\circ$   
C. 增加  $180^\circ$  D. 增加  $360^\circ$
- 一个多边形的内角和为  $1800^\circ$ , 则它是 \_\_\_\_\_ 边形.
- 一个多边形的每一个内角都等于  $140^\circ$ , 则它的每一个外角等于 \_\_\_\_\_, 它是 \_\_\_\_\_ 边形.
- 外角都是  $72^\circ$  的多边形的内角和是 \_\_\_\_\_.
- 小亮从 A 点出发, 沿直线前进 10 米后向左转  $30^\circ$ ... 照这样走下去, 他第一次回到出发地 A 点时, 一共走了 \_\_\_\_\_ 米.



- 一个多边形的内角和是外角和的 3 倍, 求这个多边形的边数.
- 一个多边形的内角和与外角和的比是  $7:2$ , 求这个多边形的边数.
- 一个多边形的每一个内角都比相邻的外角的 3 倍还多  $20^\circ$ , 求这个多边形的内角和.



### 巩固应用

- 已知一个多边形的每一个内角都等于  $108^\circ$ , 则这个多边形的边数是 \_\_\_\_\_.
- 若一个多边形共有十四条对角线, 则它是 ( )  
A. 六边形 B. 七边形  
C. 八边形 D. 九边形
- 若一个多边形除了一个内角外, 其余各内角之和为  $2570^\circ$ , 则这个内角的度数为 ( )  
A.  $90^\circ$  B.  $105^\circ$  C.  $130^\circ$  D.  $120^\circ$

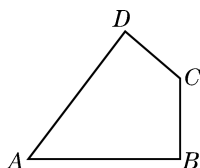


4. 若一个多边形的各内角都相等,则一个内角与一个外角的度数之比不可能是 ( )

A.  $2:1$                       B.  $1:1$   
C.  $5:2$                       D.  $5:4$

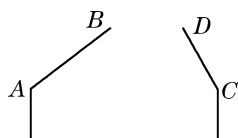
5. 若一个多边形的各边均相等,周长为 63,且内角和为  $900^\circ$ ,求它的边长.

6. 在四边形  $ABCD$  中, $\angle A$  的两条边与 $\angle C$ 的两条边互相垂直,且 $\angle C$ 与 $\angle A$ 的度数相差  $58^\circ$ ,求 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的度数.

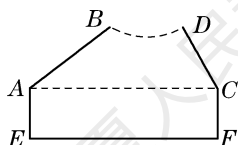


7. 多边形的内角和与某一个外角的度数总和为  $1350^\circ$ ,求多边形的边数.

8. 有一种模板的形状如图 1 所示,规定:如果将  $AB, CD$  延长,则它们的延长线相交成  $80^\circ$  角.现有一件依照该模板生产出来的产品,如图 2 所示,因交点不在板上,无法测量,于是工人师傅连接  $AC$ ,测得  $\angle BAC = 34^\circ$ ,  $\angle DCA = 65^\circ$ ,那么该产品是否符合规定?为什么?



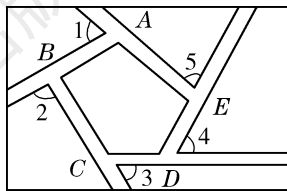
1



2

### 拓展提升

1. 清晨,小明沿着一个五边形广场周围的小路,从 4 点按逆时针方向跑步(如图).



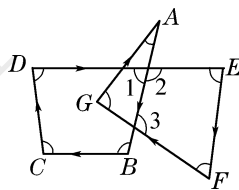
- (1) 小明每从一条街道转到下一条街道时,身体转过的角是哪些角?

- (2) 他每跑完一圈,身体转过的角度之和是多少?

- (3) 在图中,你能求出  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$  的度数吗?你是怎样得到的?

- (4) 如果广场是六边形、八边形的形状,那么还有类似的结论吗?

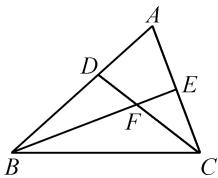
2. 如图所示是一个机器人从点  $A$  出发,沿  $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A$  的路线组成的封闭图形运动,其中有 7 个拐点,求以拐点为顶点的内角之和.



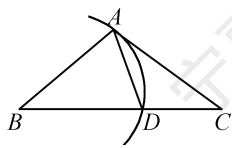


## 基础训练

1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线 $BE, CD$ 相交于点 $F, \angle ABC = 42^\circ, \angle A = 60^\circ$ ,则 $\angle BFC$ 的度数为 ( )  
A.  $118^\circ$  B.  $119^\circ$  C.  $120^\circ$  D.  $121^\circ$

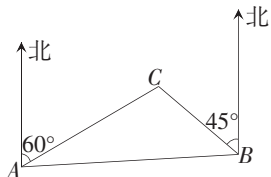


第 1 题图

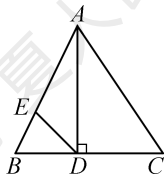


第 2 题图

2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,以点 $B$ 为圆心,以 $BA$ 长为半径画弧交边 $BC$ 于点 $D$ ,连接 $AD$ ,若 $\angle B = 40^\circ, \angle C = 36^\circ$ ,则 $\angle DAC$ 的度数是 ( )  
A.  $70^\circ$  B.  $44^\circ$  C.  $34^\circ$  D.  $24^\circ$
3. 如图, $C$ 岛在 $A$ 岛的北偏东 $60^\circ$ 方向,在 $B$ 岛的北偏西 $45^\circ$ 方向,则从 $C$ 岛看 $A, B$ 两岛的视角 $\angle ACB =$ \_\_\_\_\_.

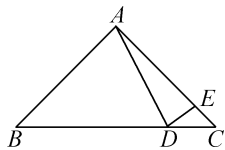


4. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AD \perp BC, \angle B = 64^\circ, \angle C = 56^\circ$ .  
(1)求 $\angle BAD$ 和 $\angle DAC$ 的度数;  
(2)若 $DE$ 平分 $\angle ADB$ ,求 $\angle AED$ 的度数.



5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = 45^\circ$ ,点 $D$ 在 $BC$ 边上,点 $E$ 在 $AC$ 边上,且 $\angle ADE = \angle AED$ ,连接 $DA$ .

- (1)当 $\angle BAD = 60^\circ$ ,求 $\angle CDE$ 的度数;  
(2)当点 $D$ 在 $BC$ (点 $B, C$ 除外)上运动时,试写出 $\angle BAD$ 与 $\angle CDE$ 的数量关系,并说明理由.





### 巩固应用

1. 下列说法中:①三角形的内角中最多有一个钝角;②三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分;③从  $n$  边形的一个顶点可以引  $(n-3)$  条对角线,把  $n$  边形分成  $(n-2)$  个三角形,因此,  $n$  边形的内角和是  $(n-2) \cdot 180^\circ$ ;④六边形的对角线有 7 条. 正确的个数有 ( )

- A. 4 个                      B. 3 个  
C. 2 个                      D. 1 个

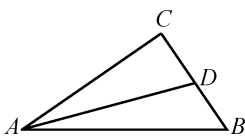
2. 若  $a, b, c$  为三角形的三边,且  $a, b$  满足  $\sqrt{a^2-9} + (b-2)^2 = 0$ ,则第三边  $c$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

3. 如图,在  $\triangle ABC$  中,

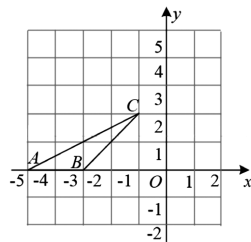
$\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分

$\angle BAC$ , 且  $\angle B = 3$

$\angle BAD$ , 求  $\angle ADC$  的度数.

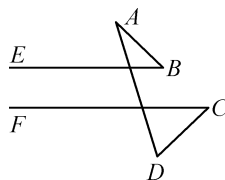


4. 如图所示,在平面直角坐标系中,已知点  $A(-5, 0)$ ,  $B(-3, 0)$ ,  $C(-1, 2)$ , 求出  $\triangle ABC$  的面积.



### 拓展提升

1. 如图,  $BE \parallel CF$ , 则  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$ \_\_\_\_\_.



2. 如图,  $\angle MON =$

$90^\circ$ , 点  $A, B$  分别

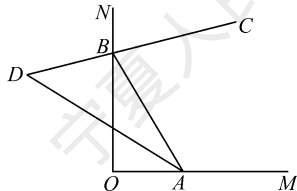
在  $OM, ON$  上运

动(不与点  $O$  重

合),  $BC$  平分  $\angle ABN$ ,  $BC$  的反向延长线与  $\angle BAO$  的平分线交于点  $D$ .

(1) 若  $\angle BAO = 60^\circ$ , 则  $\angle D =$ \_\_\_\_\_.

(2) 猜想:  $\angle D$  的度数是否随  $A, B$  的移动发生变化? 并说明理由.



## 第十二章

# 全等三角形



### 目标导引

1. 了解全等三角形的概念和性质,能够准确地辨认全等三角形中的对应元素.
2. 探索三角形全等的判定方法,能利用三角形全等进行证明,掌握综合法证明的格式.
3. 会作角的平分线,了解角的平分线的性质,能利用三角形全等证明角的平分线的性质,会利用角的平分线的性质进行证明.



### 学法指导

1. 经历三角形全等条件的探索过程,探索两个三角形满足三条边对应相等,三个角对应相等这六个条件中的三个,两个三角形是否一定全等.
2. 学会将三角形全等的判定方法运用

于直角三角形,得出直角三角形全等的判定方法,并且能够正确的区分使用.

3. 在前面学习过证明和证明格式的基础上,进一步掌握推理论证的方法.学会有理有据地推理证明,精炼准确地表达推理过程.

4. 由学会证明两个三角形全等,到证明两条线段或两个角相等的问题,熟悉证明的步骤和方法.

5. 学会思考问题,注重分析思路和书写格式,培养分析问题、根据需要选择有关的结论去证明的能力.

6. 学会角平分线的画法,能利用性质解决实际问题.

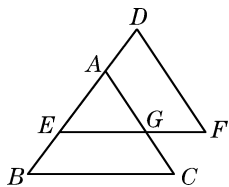
7. 学会通过探究实际问题与三角形全等的关系,进一步体会利用全等三角形解决问题所渗透的建模和化归思想.

## 12.1 全等三角形



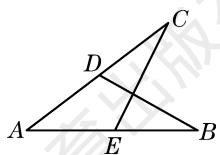
### 基础训练

1. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,  $BC \parallel EF$ ,  $AC \parallel DF$ , 则  $\angle C$  的对应角为 ( )

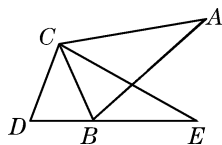


- A.  $\angle F$                       B.  $\angle AGE$   
C.  $\angle AEF$                       D.  $\angle D$

2. 如图,  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  全等, 点  $B$  和点  $C$  是对应点,  $AB=8$ ,  $BD=7$ ,  $AE=3$ , 则  $CD=$  \_\_\_\_\_.



第 2 题图



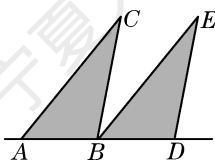
第 3 题图

3. 如图,  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $30^\circ$  与  $\triangle EDC$  重合, 则  $\triangle ABC \cong$  \_\_\_\_\_, 相等的边有 \_\_\_\_\_, 相等的角有 \_\_\_\_\_.

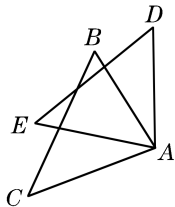
4. 下列说法: ①全等三角形的形状相同, 大小相等; ②全等三角形的对应边相等; ③全等三角形的对应角相等; ④全等三角形的周长、面积分别相等. 其中正确说法有 ( )

- A. 4 个    B. 3 个    C. 2 个    D. 1 个

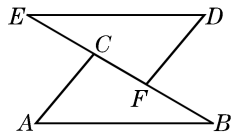
5. 将  $\triangle ABC$  沿直线  $AB$  向右平移后到达  $\triangle BDE$  的位置, 若  $\angle CAB=50^\circ$ ,  $\angle ABC=100^\circ$ , 则  $\angle CBE$  的度数为 \_\_\_\_\_.



6. 已知  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ,  $\angle EAC = 30^\circ$ , 求  $\angle BAD$  的度数.



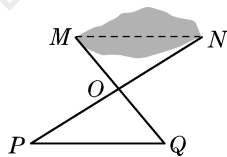
7. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,  $\angle B=30^\circ$ ,  $\angle A=50^\circ$ ,  $BF=2$ . 求  $\angle DFE$  的度数与  $EC$  的长.



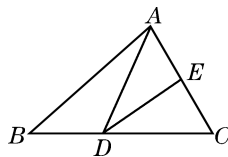
### 巩固应用

1. 小强利用全等三角形的知识测量池塘两端  $M, N$  的距离, 如果  $\triangle PQO \cong \triangle NMO$ , 那么只需要测出其长度的线段是 ( )

- A.  $PO$                       B.  $PQ$   
C.  $MO$                       D.  $MQ$



第 1 题图



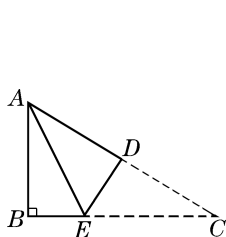
第 2 题图

2. 如图,  $\triangle ABC$  的周长为  $30\text{ cm}$ , 把  $\triangle ABC$  的边  $AC$  对折, 使点  $C$  和点  $A$  重合, 折痕交  $BC$  边于点  $D$ , 交  $AC$  边于点  $E$ , 连接

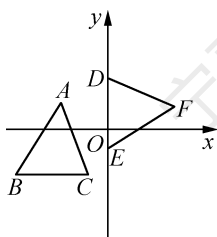
AD, 若  $AE = 4$  cm, 则  $\triangle ABD$  的周长是 ( )

- A. 22 cm                      B. 20 cm  
C. 18 cm                      D. 15 cm

3. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  cm,  $BC = 5$  cm, 将  $\triangle ABC$  折叠, 使点  $C$  与点  $A$  重合, 得折痕  $DE$ , 则  $\triangle ABE$  的周长等于 \_\_\_\_\_ cm.

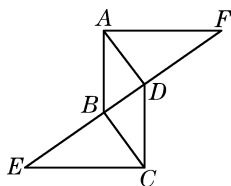


第 3 题图



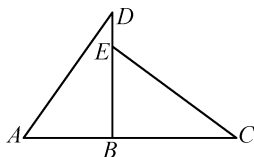
第 4 题图

4. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ , 若  $A$  点的坐标为  $(a, 1)$ ,  $BC \parallel x$  轴,  $B$  点的坐标为  $(b, -3)$ ,  $D, E$  两点在  $y$  轴上, 则  $F$  点到  $y$  轴的距离为 \_\_\_\_\_.
5. 如图所示,  $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ , 且点  $E, B, D, F$  在一条直线上, 判断  $AD$  与  $BC$  的位置关系, 并加以说明.



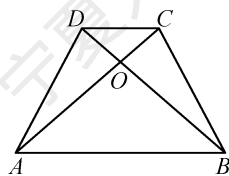
6. 如图,  $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ ,  $AB = 2$  cm,  $BC = 5$  cm.

- (1) 求  $DE$  的长;  
(2) 若  $A, B, C$  在一条直线上, 则  $DB$  与  $AC$  垂直吗? 为什么?



### 拓展提升

1. 如图, 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ ,  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ .  
求证: (1)  $OA = OB$ ;  
(2)  $AB \parallel CD$ .



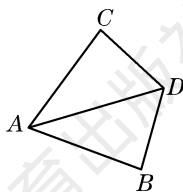


## 12.2.1 三角形全等的条件(SSS)

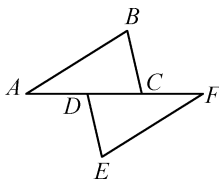


### 基础训练

- 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中, $AB=DF$ , $AC=DE$ , $CB=EF$ 则 ( )  
A.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  B.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$   
C.  $\triangle ABC \cong \triangle EDF$  D.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$
- 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中, $AB=2$ , $BC=3$ , $CA=4$ , $DE=4$ , $EF=3$ ,要使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等,则 $DF$ 等于 ( )  
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
- 如图,若 $AB=AC$ , $DB=DC$ ,根据\_\_\_\_\_,可得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ .

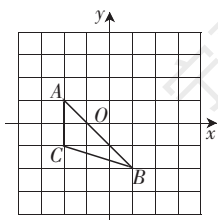


第3题图



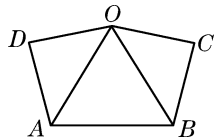
第4题图

- 如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 中, $AD=FC$ , $AB=EF$ ,当添加条件\_\_\_\_\_时,可用“SSS”判定 $\triangle ABC \cong \triangle FED$ .
- 如图, $AB=ED$ , $AC=EC$ , $C$ 是 $BD$ 边的中点,若 $\angle A=36^\circ$ ,则 $\angle E=$ \_\_\_\_\_.
- 如图,正方形网格中,每一格表示1个单位长度,在所给网格中确定一点 $D$ (不与点 $C$ 重合),使得 $\triangle DAB$ 与 $\triangle ABC$ 全等,则点 $D$ 的坐标是\_\_\_\_\_.

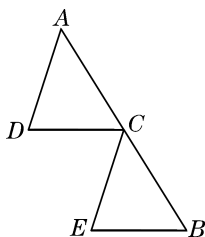


- 如图, $OA=OB$ , $OC=OD$ , $AD=CB$ .

求证: $\angle D=\angle C$ .

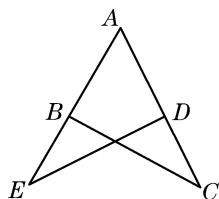
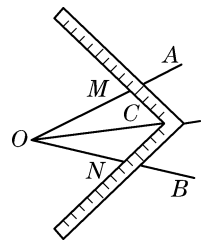


- 如图所示, $C$ 为 $AB$ 的中点, $AD=CE$ , $CD=BE$ , $\angle B=58^\circ$ , $\angle E=72^\circ$ ,求 $\angle DCE$ 的度数.



### 巩固应用

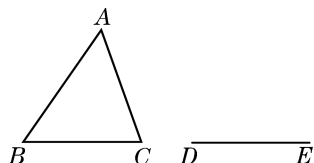
- 工人师傅常用角尺平分一个任意角,作法如图所示: $\angle AOB$ 是一个任意角,在边 $OA$ , $OB$ 上分别取 $OM=ON$ ,移动角尺,使得角尺两边相同的刻度分别与 $M$ , $N$ 重合,过角尺顶点 $C$ 作射线 $OC$ ,由作法得 $\triangle MOC \cong \triangle NOC$ 的依据是\_\_\_\_\_.
- 如图所示, $AB=AD$ , $AC=AE$ , $BC=DE$ , $\angle A=60^\circ$ , $\angle E=30^\circ$ ,则 $\angle EBC$ 的度数为 ( )



- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

3. 如图所示,  $\triangle ABC$

是三边都不相等  
的三角形,  $DE =$



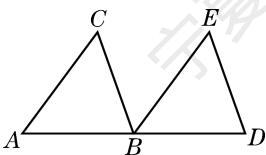
BC, 以 D, E 为两个顶点作位置不同的三  
角形使所作三角形与  $\triangle ABC$  全等, 这样  
的三角形最多可画出 ( )

- A. 2 个    B. 4 个    C. 6 个    D. 8 个

4. 如图,  $AC = BE$ ,  $BC =$

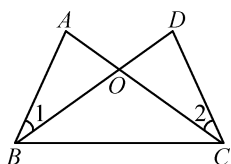
$DE$ , 点 B 是线段 AD

的中点, 若  $\angle A = \angle C$ , 则图中与  $\angle A$  相等角的个数为 \_\_\_\_\_.

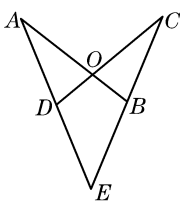


5. 如图, 已知:  $AB = DC$ ,  $AC = DB$ .

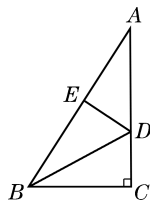
求证:  $\angle 1 = \angle 2$ .



6. 如图, 已知线段 AB, CD 相  
交于点 O, AD, CB 的延长  
线交于点 E,  $OA = OC$ ,  $EA$   
 $= EC$ , 试说明:  $\angle A = \angle C$ .



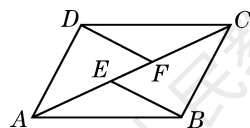
7. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , D, E  
分别为 AC, AB 上的点, 且  
 $AD = BD$ ,  $AE = BC$ ,  $DE =$   
 $DC$ , 试判断 DE 与 AB 的位置  
关系, 并说明理由.



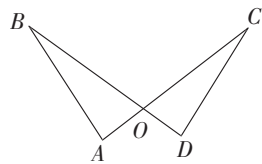
### 拓展提升

1. 如图,  $AB = DC$ ,  $DF = BE$ ,  $AF = CE$ ,  
求证:

- (1)  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ;  
(2)  $DC \parallel AB$ .



2. 已知: 如图, AC, BD 相交于 O 点,  $AB =$   
 $DC$ ,  $AC = BD$ . 试证明:  $\angle A = \angle D$ .



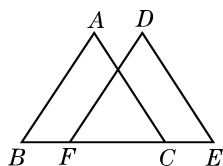
## 12.2.2 三角形全等的条件(SAS)



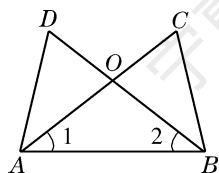
### 基础训练

1. 如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB=DE$ ,  
 $\angle B=\angle E$ ,补充下列哪一个条件后,能应用“SAS”判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( )

- A.  $BF=EC$       B.  $\angle ACB=\angle DFE$   
 C.  $AC=DF$       D.  $\angle A=\angle D$



第1题图

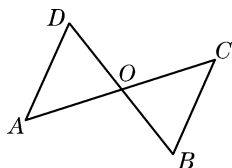


第2题图

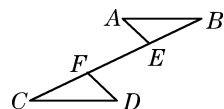
2. 如图,已知 $\angle 1=\angle 2$ ,若用“SAS”证明  
 $\triangle ACB \cong \triangle BDA$ ,还需加上条件 ( )

- A.  $AD=BC$       B.  $BD=AC$   
 C.  $\angle D=\angle C$       D.  $OA=OB$

3. 如图所示, $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ,且 $OA=OC$ , $OD=OB$ ,则 $AD$ 与 $BC$ 的位置关系为\_\_\_\_\_.



第3题图

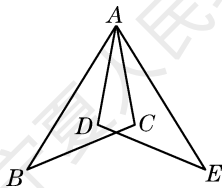


第4题图

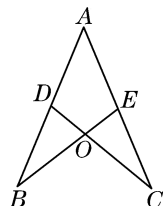
4. 如图,若 $AE=DF$ , $BE=CF$ ,再给一个条件\_\_\_\_\_,使 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ .

5. 如图,已知 $AB=AE$ , $AC=AD$ ,添加下列哪个条件不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$  ( )

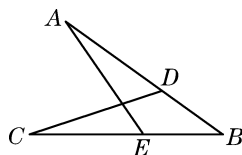
- A.  $BC=DE$       B.  $\angle BAD=\angle EAC$   
 C.  $\angle B=\angle E$       D.  $\angle BAC=\angle EAD$



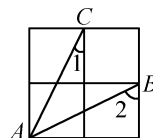
6. 如图,点 $D$ 在 $AB$ 上,点 $E$ 在  
 $AC$ 上, $CD$ 与 $BE$ 交于点 $O$ ,  
 且 $AD=AE$ , $AB=AC$ ,若 $\angle B=20^\circ$ ,则 $\angle C=$ \_\_\_\_\_.



7. 如图,已知 $AB=CB$ ,点 $D,E$ 分别是  
 $AB,CB$ 上的点,若要使 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ ,还需  
 添加一个条件是\_\_\_\_\_.



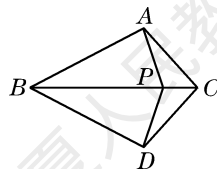
第7题图



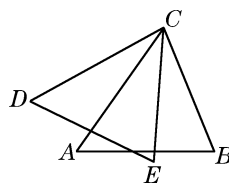
第8题图

8. 如图所示的 $2 \times 2$ 方格中,连接 $AB,AC$ ,  
 则 $\angle 1+\angle 2=$ \_\_\_\_\_.

9. 如图, $BC$ 平分 $\angle ABD$ ,  
 $AB=DB$ ,则 $AP$ 与 $DP$   
 相等吗?为什么?



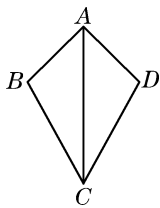
10. 如图, $CE=CB$ , $CD=CA$ , $\angle DCA=$   
 $\angle ECB$ ,求证: $DE=AB$ .



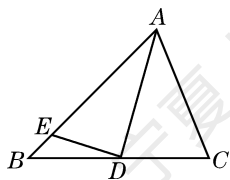


### 巩固应用

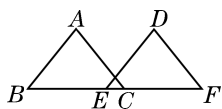
1. 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  中, 有下列三个论断:  
①  $AB = AD$ ; ②  $\angle BAC = \angle DAC$ ; ③  $BC = DC$ , 将其中的两个论断作为条件, 另一个论断作为结论写出一个真命题为\_\_\_\_\_.



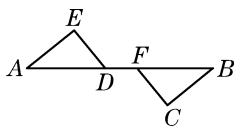
2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 6, BC = 5, AC = 4$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于  $D$ , 在  $AB$  上截取  $AE = AC$ , 则  $\triangle BDE$  的周长为\_\_\_\_\_.



3. 如图,  $AC \parallel DF, AC = DF, BE = CF$ , 则  $AB$  与  $DE$  相等吗? 为什么?

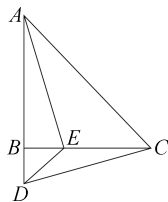


4. 点  $A, D, F, B$  在同一直线上,  $AD = BF, AE = BC$ , 且  $AE \parallel BC$ . 求证:  $CF \parallel ED$ .

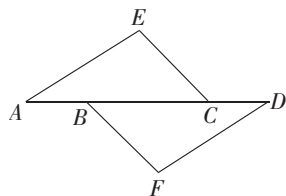


### 拓展提升

1. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = CB, \angle ABC = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  延长线上一点, 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $BE = BD$ , 连接  $AE, DE, DC$ .  
(1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ ;  
(2) 若  $\angle CAE = 30^\circ$ , 求  $\angle BDC$  的度数.



2. 如图, 点  $A, B, C, D$  在同一条直线上, 且  $AB = CD$ , 请从以下三个条件: ①  $AE \parallel DF$ ; ②  $AE = DF$ ; ③  $EC = FB$  中, 再选两个作为已知条件, 另一个作为结论, 推出一个正确的命题, 并证明这个命题.  
已知:  $AB = CD$ , \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_;  
求证: \_\_\_\_\_. (填写序号即可)

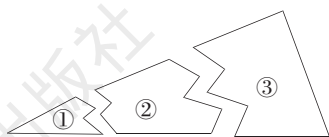


## 12.2.3 三角形全等的条件(ASA、AAS)

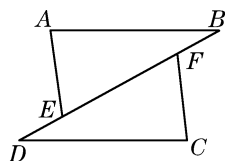


### 基础训练

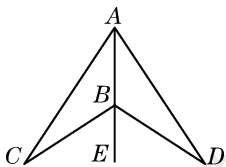
- 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,已知 $\angle C = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ ,要判定这两个三角形全等,还需要条件 ( )  
 A.  $AB = ED$       B.  $AB = FD$   
 C.  $AC = FD$       D.  $\angle A = \angle F$
- 如图,某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片,现在他要到玻璃店去配一块完全一样形状的玻璃.那么最省事的办法是带 \_\_\_\_\_ (①②③中选择一块)去配,这样做的数学依据是 \_\_\_\_\_.



- 点 $D, E, F, B$ 在同一直线上, $AB \parallel CD$ ,  $AE \parallel CF$ ,且 $AE = CF$ ,若 $BD = 10$ ,  $BF = 2$ ,则 $EF =$  \_\_\_\_\_.

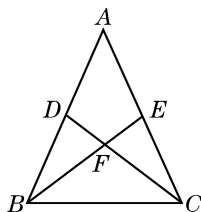
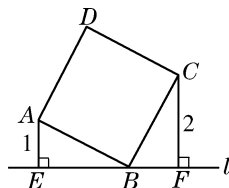


- 点 $B$ 在射线 $AE$ 上, $\angle CAE = \angle DAE$ ,  $\angle CBE = \angle DBE$ ,求证: $AC = AD$ .

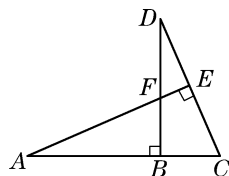


### 巩固应用

- 直线 $l$ 过正方形 $ABCD$ 的顶点 $B$ ,点 $A, C$ 到直线 $l$ 的距离分别是 $AE = 1$ ,  $CF = 2$ ,则 $EF$ 的长是 \_\_\_\_\_.
- 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$ ,点 $D, E$ 分别是 $AB, AC$ 的中点, $BE, CD$ 交于点 $F$ ,请写出两组全等的三角形,并选出其中一组加以证明.

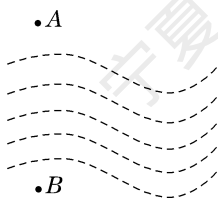


- 点 $A, B, C$ 在同一条直线上, $BD \perp AC$ 于 $B$ ,  $AE \perp DC$ 于 $E$ ,  $BF = BC$ ,求证: $AF = DC$ .



**拓展提升**

1. 如图,  $A, B$  两建筑物位于河的两岸, 要测得它们之间的距离, 可以从  $B$  点出发沿河岸画一条射线  $BF$ , 在  $BF$  上截取  $BC = CD$ , 过  $D$  作  $DE \parallel AB$ , 使  $E, C, A$  在同一直线上, 则  $DE$  的长就是  $A, B$  之间的距离, 请你说明道理, 你还能想出其他方法吗?



2. 两个大小相同的等腰直角三角形三角板, 如图 1 所示位置, 图 2 是由它抽象出的几何图形,  $B, C, E$  在同一条直线上, 连接  $DC$ .

- (1) 请找出图 2 中的全等三角形, 并说明理由. (说明: 结论中不得有未标识的字母)  
(2) 判断  $DC \perp BE$  是否成立? 说明理由.

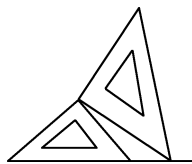


图 1

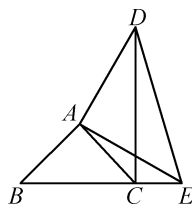


图 2

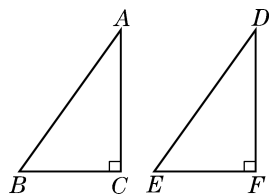


## 12.2.4 三角形全等的条件(HL)



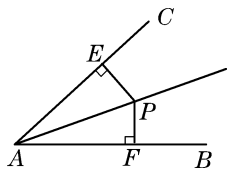
### 基础训练

1. 要用“HL”判断  $\text{Rt}\triangle ABC$  和  $\text{Rt}\triangle DEF$  全等的条件是 ( )



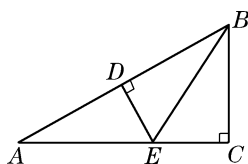
- A.  $AC=DF, BC=EF$   
 B.  $\angle A=\angle D, AB=DE$   
 C.  $AC=DF, AB=DE$   
 D.  $\angle B=\angle E, BC=EF$

2. 点  $P$  是  $\angle BAC$  内一点, 且  $P$  到  $AB, AC$  的距离  $PF=PE$ , 则  $\triangle PFA \cong \triangle PEA$  的理由是 ( )

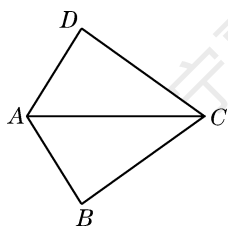


- A. HL  
 B. AAS  
 C. SSS  
 D. ASA

3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $DE \perp AB$  于点  $D$ ,  $BD=BC$ , 如果  $AC = 6 \text{ cm}$ , 则  $AE+DE$  等于 ( )  
 A. 4 cm    B. 5 cm    C. 6 cm    D. 7 cm

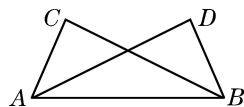


4. 已知  $AB=AD$ , 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  的是 ( )

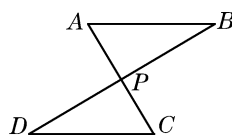


- A.  $CB=CD$     B.  $\angle BAC=\angle DAC$   
 C.  $\angle BCA=\angle DCA$     D.  $\angle B=\angle D=90^\circ$

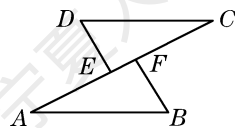
5. 如图,  $\angle C=\angle D=90^\circ$ , 只需添加 \_\_\_\_\_ 条件, 即可利用 HL 来判定  $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BAD$ .



6. 已知  $AC \perp BD$  于点  $P$ ,  $AP=CP$ , 请增加一个条件, 使  $\triangle ABP \cong \triangle CDP$  (不能添加辅助线), 你增加的条件是 \_\_\_\_\_.

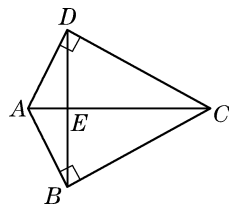


7. 如图,  $AB=CD$ ,  $DE \perp AC$  于  $E$ ,  $BF \perp AC$  于  $F$ ,  $AE=CF$ , 求证:  $DE=BF$ ,  $AB \parallel CD$ .



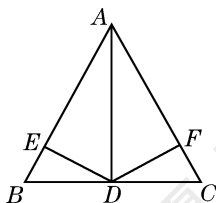
### 巩固应用

1. 如图所示,  $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ ,  $AD = AB$ , 有下列结论: ①  $DC = BC$ ; ②  $AC \perp BD$ ; ③  $DE = BE$ ; ④  $\angle ACD = \angle ACB$ . 其中正确的个数为 ( )

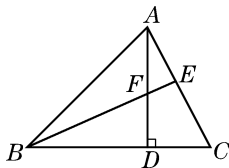


- A. 1                      B. 2  
C. 3                      D. 4

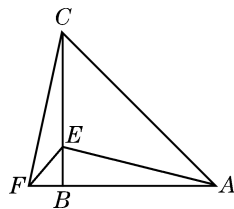
2. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  中线,  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ , 且  $AE = AF$ , 求证:  $DE = DF$ ,  $\angle B = \angle C$ .



3. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高,  $E$  为  $AC$  上一点,  $BE$  交  $AD$  于  $F$ , 且有  $BF = AC$ ,  $FD = CD$ , 试说明  $BE$  与  $AC$  的位置关系.

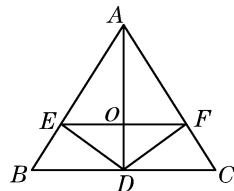


- (1) 求证:  $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF$ ;  
(2) 若  $\angle CAE = 30^\circ$ , 求  $\angle ACF$  的度数.



2. 在  $\triangle ABC$  中,  $E, F$  分别是  $AB, AC$  上的点,  $AD$  与  $EF$  相交于点  $O$ , ①  $AD$  平分  $\angle BAC$ ; ②  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ ; ③  $AD \perp EF$ . 以此三个中的两个为条件, 另一个为结论, 可得 ①②  $\Rightarrow$  ③; ①③  $\Rightarrow$  ②.

- (1) 试判断上述命题是否正确 (直接作答);  
(2) 请证明你认为正确的命题.



### 拓展提升

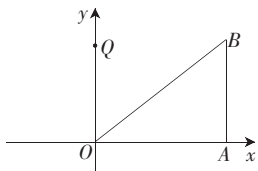
1. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = CB$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $F$  为  $AB$  延长线上一点, 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $AE = CF$ .

## 12.2.5 三角形全等的条件

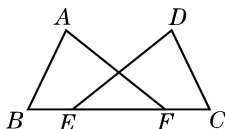


### 基础训练

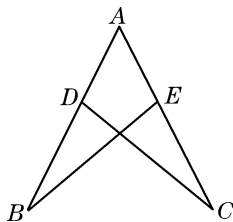
1. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $B$  的坐标为  $(3, 2)$ ,  $BA \perp x$  轴于点  $A$ , 点  $P$  在  $x$  轴的负半轴上运动, 点  $Q$  在  $y$  轴的正半轴上运动. 若  $\triangle ABO$  和  $\triangle POQ$  全等, 则点  $P$  的坐标为 \_\_\_\_\_.



2. 点  $E, F$  在  $BC$  上,  $BE = CF$ ,  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle C$ , 求证:  $AB = DC$ .



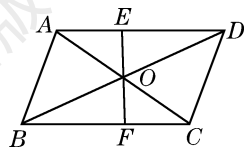
3. 点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上, 已知  $BD = CE$ ,  $CD = BE$ , 求证:  $AB = AC$ .



### 巩固应用

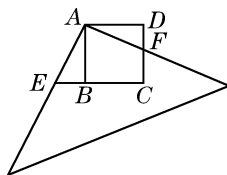
1. 已知  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ , 过  $AC$  和  $BD$  的交点  $O$  任作一直线  $EF$ , 分别交  $AD$ ,

$BC$  于  $E, F$ , 则图中全等三角形有 ( )

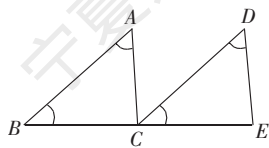


- A. 5 对                      B. 6 对  
C. 7 对                      D. 8 对

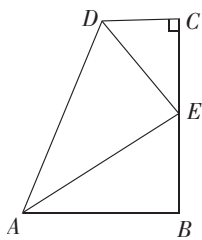
2. 有一块边长为 4 的正方形塑料模板  $ABCD$ , 将一块足够大的直角三角板的直角顶点落在  $A$  点, 两条直角边分别与  $CD$  交于点  $F$ , 与  $CB$  延长线交于点  $E$ , 则四边形  $AECF$  的面积是 \_\_\_\_\_.



3. 如图, 点  $C$  是线段  $BE$  的中点,  $\angle B = \angle DCE$ ,  $\angle A = \angle D$ .  
(1) 求证:  $AC = DE$ ;  
(2) 当  $\angle B = 42^\circ$ ,  $\angle E = 86^\circ$  时, 求  $\angle ACD$  的度数.



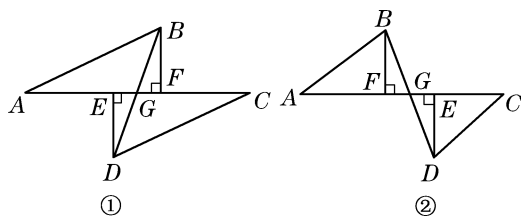
4. 如图,  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  $E$  是  $BC$  的中点,  $DE$  平分  $\angle ADC$ ,  $\angle DAB = 60^\circ$ , 求  $\angle BAE$  的度数.



2. 点  $A, E, F, C$  在同一条直线上,  $AE = CF$ , 过  $E, F$  分别作  $DE \perp AC, BF \perp AC$ , 且  $AB = CD$ .

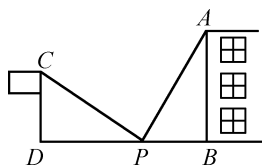
(1) 如图①, 若  $EF$  与  $BD$  相交于点  $G$ , 试问  $EG$  与  $FG$  相等吗? 试说明理由.

(2) 如图②, 若将  $\triangle DEC$  的边  $EC$  沿  $AC$  方向移动至图中所示的位置时, 其余条件不变, (1) 中的结论是否还成立? (不需证明).



### 拓展提升

1. 小强为了测量一幢高楼高  $AB$ , 在旗杆  $CD$  与楼之间选定一点  $P$ , 测得旗杆顶  $C$  视线  $PC$  与地面夹角  $\angle DPC = 36^\circ$ , 测楼顶  $A$  视线  $PA$  与地面夹角  $\angle APB = 54^\circ$ , 量得  $P$  到楼底距离  $PB$  与旗杆高度相等, 等于  $10\text{ m}$ , 量得旗杆与楼之间距离为  $DB = 36\text{ m}$ , 小强计算出了楼高, 楼高  $AB$  是多少米?

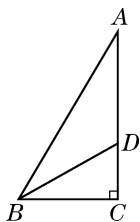


## 12.3.1 角的平分线的性质

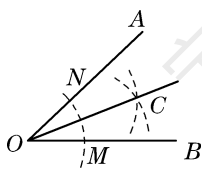


### 基础训练

1. 如图  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle ABC$  的平分线  $BD$  交  $AC$  于  $D$ , 若  $CD = 3 \text{ cm}$ , 则点  $D$  到  $AB$  的距离是 ( )
- A. 5 cm   B. 4 cm   C. 3 cm   D. 2 cm

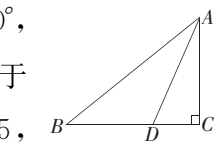


第 1 题图

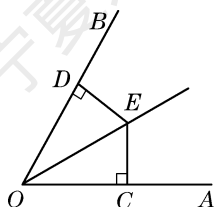


第 2 题图

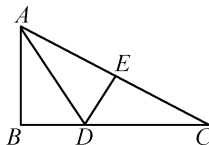
2. 用直尺和圆规作一个角的平分线的示意图, 如图所示, 则能说明  $\angle AOC = \angle BOC$  的依据是 ( )
- A. SSS   B. ASA   C. AAS
- D. 角平分线上的点到角两边距离相等
3. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 交  $BC$  于点  $D$ ,  $AB = 10$ ,  $S_{\triangle ABD} = 15$ , 则  $CD$  的长为 ( )
- A. 3   B. 4   C. 5   D. 6



4. 如图,  $\triangle ABC$  的三边  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  长分别为 40, 50, 60, 其三条角平分线交于点  $O$ , 则  $S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} =$  \_\_\_\_\_.
5. 如图,  $E$  是  $\angle AOB$  的平分线上一点,  $EC \perp OA$ ,  $ED \perp OB$ , 垂足分别是  $C$ ,  $D$ , 试证明:  $OC = OD$ .

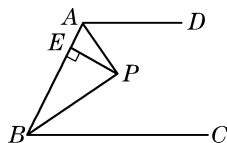


6.  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AC$  于  $E$ , 若  $BC = 8$ ,  $DE = 3$ . 求  $CD$  的长.

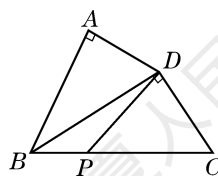


### 巩固应用

1. 如图,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC$  的平分线  $BP$  与  $\angle BAD$  的平分线  $AP$  相交于点  $P$ , 作  $PE \perp AB$  于点  $E$ , 若  $PE = 2$ , 则两平行线  $AD$  与  $BC$  间的距离为 \_\_\_\_\_.

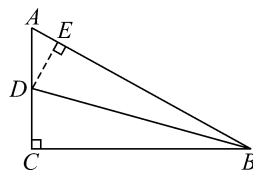


第 1 题图

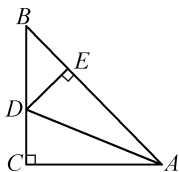


第 2 题图

2. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AD = 4$ , 连接  $BD$ ,  $BD \perp CD$ ,  $\angle ADB = \angle C$ , 若  $P$  是  $BC$  边上一动点, 则  $DP$  长的最小值为 \_\_\_\_\_.
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $CD = 3$ ,  $AB = 10$ , 求  $\triangle ABD$  的面积.

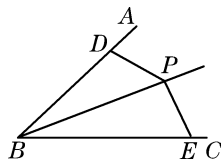


4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$ , $\angle C=90^\circ$ ,  
 $AD$ 平分 $\angle CAB$ 交 $BC$ 于点 $D$ , $DE \perp AB$   
 于点 $E$ ,若 $AB=6\text{ cm}$ ,求 $\triangle DEB$ 的周长.



### 拓展提升

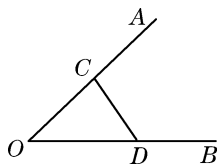
1. 如图,点 $P$ 为 $\angle ABC$ 角平分线上的一点,  
 $D$ 点和 $E$ 点分别在 $AB$ 和 $BC$ 上,且 $PD$   
 $=PE$ ,试探究 $\angle BDP$ 与 $\angle BEP$ 的关系,  
 并给予证明.



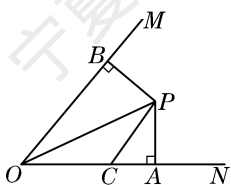
## 12.3.2 角的平分线的判定

### 基础训练

1. 在 $CD$ 上求一点 $P$ ,使它到 $OA,OB$ 的距  
 离相等,则 $P$ 点是 ( )

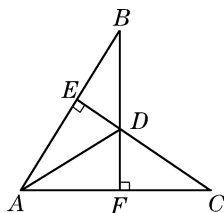


- A. 线段 $CD$ 的中点  
 B.  $CD$ 与过点 $O$ 作 $CD$ 的垂线的交点  
 C.  $CD$ 与 $\angle AOB$ 的平分线的交点  
 D. 以上均不对
2. 已知 $PA \perp ON$ 于 $A$ ,  
 $PB \perp OM$ 于 $B$ ,且 $PA$   
 $=PB$ , $\angle MON = 50^\circ$ ,

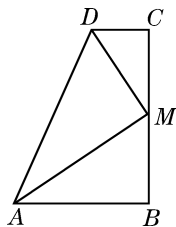


$\angle OPC = 30^\circ$ ,求 $\angle PCA$ 的度数.

3. 如图所示, $BD=CD$ , $BF \perp AC$ , $CE \perp AB$ ,  
 求证: $D$ 在 $\angle BAC$ 的平分线上.

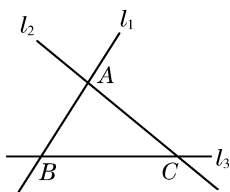


4. 如图,  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  $M$  是  $BC$  中点,  $DM$  平分  $\angle ADC$ , 求证:  $AM$  平分  $\angle DAB$ .

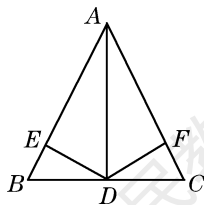


### 巩固应用

1. 如图所示,  $l_1, l_2, l_3$  表示三条相互交叉的公路, 现要建一个货物中转站, 要求它到三条公路的距离相等, 则可选择地址有 ( )

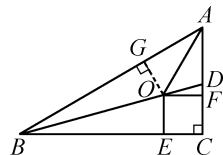


- A. 一处                      B. 二处  
C. 三处                      D. 四处
2. 如图,  $D$  是  $BC$  中点,  $DE \perp AB$  于  $E$ ,  $DF \perp AC$  于  $F$ ,  $BE = CF$ , 求证:  $AD$  平分  $\angle BAC$ .



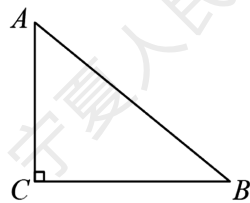
### 拓展提升

1. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BD$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  的一条角平分线, 点  $O, E, F$  分别在  $BD, BC, AC$  上, 且四边形  $OECF$  是正方形. 求证: 点  $O$  在  $\angle BAC$  的平分线上.



2. 如图, 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC < BC$ , 点  $D$  在  $BC$  上, 且到边  $AC$  和  $AB$  的距离相等.

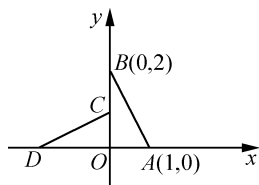
- (1) 用直尺和圆规, 作出点  $D$  的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);  
(2) 连接  $AD$ , 若  $\angle B = 36^\circ$ , 求  $\angle CAD$  的度数.





## 基础训练

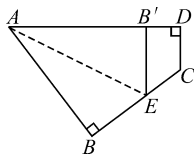
1. 如图,在平面直角坐标系中, $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ,则点  $D$  的坐标是\_\_\_\_\_.



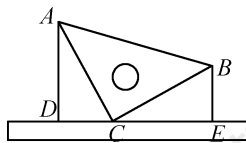
2. 如图所示,一个四边形  $ABCD$ , $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ,把纸片按如图所示折叠,使点  $B$  落在  $AD$  边上的  $B'$  点, $AE$  是折痕.

(1) 试判断  $B'E$  与  $DC$  的位置关系,并说明理由;

(2) 如果  $\angle C = 130^\circ$ ,求  $\angle AEB$  的度数.

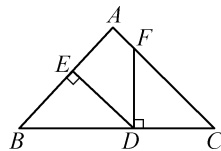


3. 如图,桌面上竖直放置一等腰直角三角板  $ABC$ ,若测得斜边  $AB$  的两端点到桌面的距离分别为  $AD$ ,  $BE$ ,  $DE = 8$  cm,  $BE = 3$  cm,求点  $A$  距离桌面的高度.

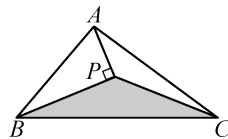


## 巩固应用

1. 如图, $BD = CF$ ,  $FD \perp BC$  于点  $D$ ,  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,  $BE = CD$ ,若  $\angle AFD = 145^\circ$ ,则  $\angle EDF$  的度数为 ( )
- A.  $45^\circ$  B.  $55^\circ$  C.  $35^\circ$  D.  $65^\circ$

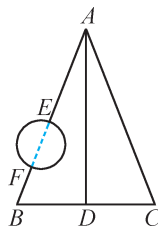


第 1 题图



第 2 题图

2. 如图, $\triangle ABC$  的面积为  $8 \text{ cm}^2$ ,  $AP$  垂直  $\angle B$  的平分线  $BP$  于  $P$ ,则  $\triangle PBC$  的面积为 ( )
- A.  $3 \text{ cm}^2$  B.  $4 \text{ cm}^2$  C.  $5 \text{ cm}^2$  D.  $6 \text{ cm}^2$
3. 如图所示, $A, B, C, D$  是四个村庄, $B, D, C$  在一条东西走向公路的沿线上, $BD = 1 \text{ km}$ ,  $DC = 1 \text{ km}$ ,村庄  $A, C, AD$  间也有公路相连,且公路  $AD$  是南北走向, $AC = 3 \text{ km}$ ,只有  $AB$  之间由于隔了一个小湖,所以无直接相连的公路,现决定在湖面上造一座斜拉桥,测得  $AE = 1.2 \text{ km}$ ,  $BF = 0.7 \text{ km}$ ,试求建造的斜拉桥长至少多少千米?





# 拓展提升

1. 学习全等三角形的判定方法以后,我们知  
道“已知两边和一角分别相等的两个三角  
形不一定全等”,但下列两种情形还是成  
立的.

(1) 第一种情形(如图 1)在  $\triangle ABC$  和  
 $\triangle DEF$  中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$ , $AC = DF$ ,  
 $AB = DE$ ,则根据 \_\_\_\_\_,得出  $\triangle ABC$   
 $\cong \triangle DEF$ .

(2) 第二种情况(如图 2)在  $\triangle ABC$  和  
 $\triangle DEF$  中, $\angle C = \angle F$ ( $\angle C$  和  $\angle F$  均为  
钝角), $AC = DF$ , $AB = DE$ .求证: $\triangle ABC$   
 $\cong \triangle DEF$ .

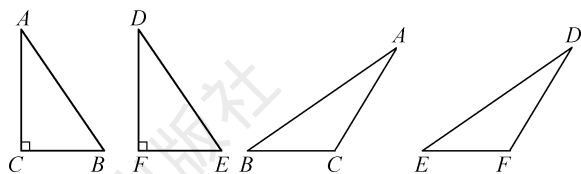


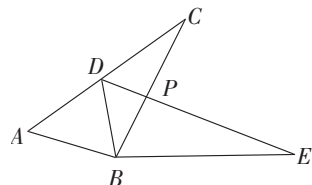
图 1

图 2

2. 如图,已知  $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ ,点  $D$  在边  $AC$   
上, $BC$  与  $DE$  交于点  $P$ , $\angle ABE = 162^\circ$ ,  
 $\angle DBC = 30^\circ$ , $AD = DC = 2.5$ , $BC = 4$ .

(1) 求  $\angle CBE$  的度数;

(2) 求  $\triangle CDP$  与  $\triangle BEP$  的周长和.



## 第十三章

# 轴对称



### 目标导引

1. 通过具体实例认识轴对称和轴对称图形,探索轴对称的基本性质,理解对应点连线被对称轴垂直平分的性质.

2. 探索简单图形之间的轴对称关系,能够按照要求作简单图形经过一次或两次轴对称后的图形;认识和欣赏轴对称在生活中的应用,能利用轴对称进行简单的图案设计.

3. 了解线段垂直平分线的概念,探索并掌握其性质;了解等腰三角形、等边三角形的有关概念,探索并掌握它们的性质以及判定方法.

4. 能初步应用本章所学的知识解释生活中的现象及解决简单的实际问题,在观察、操作、想象、论证、交流的过程中,发展空间观念,激发学习图形与几何的兴趣.

5. 从运动、发展变化的角度观察和研究生活中的图形;形成并体会生活中的丰富多彩图形的美感;培养认真、细致、求美、务实的情操和动脑、动手、探求知识的习惯.



### 学法指导

1. 欣赏实际生活中的不同图案,在欣赏的过程中寻找出与轴对称有关的图案,感受对称现象无处不在,并能够从中感受轴对称的特征.

2. 根据已掌握的知识,建议通过“折一折、看一看、说一说、剪一剪、画一画”等活动,体会轴对称图形的特征.

3. 通过观察、动手操作等直观方式掌握轴对称及等腰三角形的性质和判定,利用轴对称的观点解释生活中的有关现象,设计图案选择最佳方案等,在知识的应用过程中,体会由具体——抽象——具体的过程.

4. 在学习的过程中感受图形轴对称之后点的坐标的变化,图形的轴对称变换、图形与坐标、图形的证明在本章都有涉及,注意各部分知识之间的联系,把所学知识纳入已有的知识体系.

5. 建议通过观察、实验、归纳、论证的过程,使得推理证明成为学生观察、实验、探究得出结论的自然延续.学习中充分讨论,根据所学的数学知识利用逻辑推理的方式进行证明,证明过程中注意表述的准确性和严谨性.

## 13.1 轴对称(1)

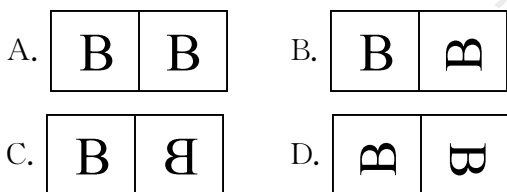


### 基础训练

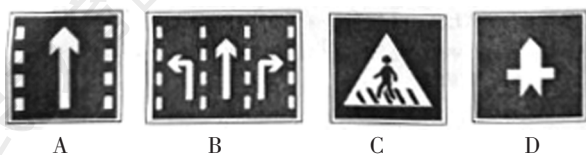
1. 下列图形中,是轴对称图形的是 ( )



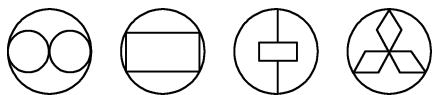
2. 将一张矩形的纸对折,然后用笔尖在上面扎出“B”,再把它铺平,你可见到 ( )



3. 下列交通指示标识中,不是轴对称图形的是 ( )

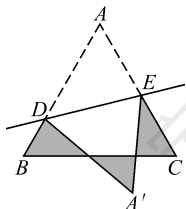


4. 下列四个图形,其中是轴对称图形,且对称轴的条数为2的图形的个数是 ( )



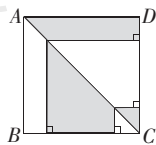
A. 4    B. 3    C. 2    D. 1

5. 等边 $\triangle ABC$ 的边长为1 cm, $D,E$ 分别是 $AB,AC$ 上的点,将 $\triangle ADE$ 沿直线 $DE$ 折叠,点 $A$ 落在点 $A'$ 处,且点 $A'$ 在 $\triangle ABC$ 外部,则阴影部分图形的周长为\_\_\_\_\_ cm.

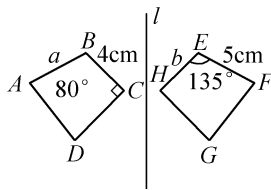


6. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为4 cm,则图

中阴影部分的面积为多少平方厘米?

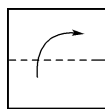


7. 如图,两个四边形关于直线 $l$ 对称, $\angle C=90^\circ$ ,写出 $a,b$ 的长度,并求出 $\angle G$ 的度数.



### 巩固应用

1. 把一张正方形纸片三次对折后沿虚线剪下,将剩下的纸片展开后的形状大致是 ( )



上折



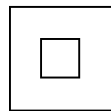
右折



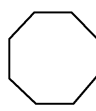
右下方折



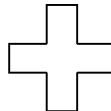
沿虚线剪开



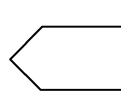
A



B



C



D

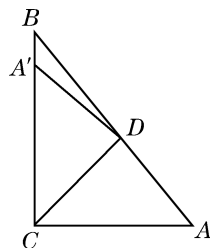
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$ , $\angle A=50^\circ$ ,将其折叠,使点 $A$ 落在边 $CB$ 上 $A'$ 处,折痕为 $CD$ ,则 $\angle A'DB=$  ( )

A.  $40^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $20^\circ$

D.  $10^\circ$



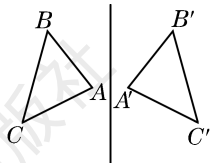
3. 下列图形中不是轴对称图形的是 ( )
- A. 等边三角形

- B. 等腰直角三角形  
C. 平行四边形  
D. 线段

4. 下列说法正确的是 ( )

- A. 任何一个图形都有对称轴  
B. 两个全等三角形一定关于某直线对称  
C. 若  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  成轴对称, 则  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$   
D. 有一个角是  $40^\circ$ , 另一个角是  $75^\circ$  的三角形是轴对称图形

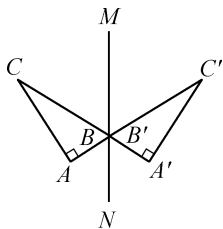
5. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  关于直线  $l$  对称, 且  $\angle A = 78^\circ$ ,  $\angle C' = 48^\circ$ , 则  $\angle B$  的度数为 ( )



- A.  $48^\circ$                       B.  $54^\circ$   
C.  $74^\circ$                       D.  $78^\circ$

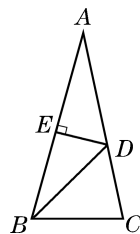
6. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  关于直线  $MN$  的对称点分别为  $A', B', C'$ , 其中  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AC = 8 \text{ cm}$ ,  $A'C = 12 \text{ cm}$ .

- (1) 求  $\triangle A'B'C'$  的周长.  
(2) 求  $\triangle A'CC'$  的面积.

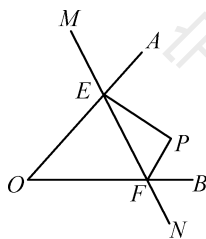


### 拓展提升

1. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 10 \text{ cm}$ ,  $DE$  是  $AB$  的垂直平分线,  $\triangle BDC$  的周长为  $15 \text{ cm}$ , 则  $BC$  的长为多少?



2. 如图, 点  $P$  在  $\angle AOB$  内,  $M, N$  分别是点  $P$  关于  $AO, BO$  的对称点,  $MN$  分别交  $AO, BO$  于点  $E, F$ , 若  $\triangle PEF$  的周长等于  $20 \text{ cm}$ , 求  $MN$  的长.



## 13.1 轴对称(2)

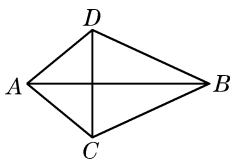


### 基础训练

1. 线段  $AB$  的垂直平分线上的点  $P$  到点  $A$  的距离  $PA=5$ , 则点  $P$  到点  $B$  的距离  $PB$  等于 ( )

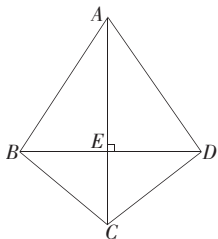
A.  $PB=5$                       B.  $PB>5$   
C.  $PB<5$                       D. 无法确定

2. 如图,  $AC=AD$ ,  $BC=BD$ , 那么 ( )



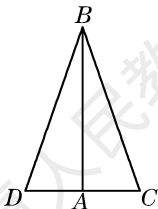
A.  $CD$  垂直平分  $AB$   
B.  $AB$  垂直平分  $CD$   
C.  $CD$  平分  $\angle ACB$   
D.  $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$

3. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AC$  垂直平分  $BD$ , 垂足为  $E$ , 下列结论不一定成立的是 ( )



A.  $AB=AD$                       B.  $CA$  平分  $\angle BCD$   
C.  $AB=BD$                       D.  $\triangle BEC \cong \triangle DEC$

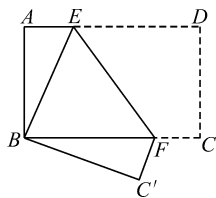
4. 如图, 两车从南北方向的路段  $AB$  的  $A$  端出发, 分别向东、向西行进相同的距离, 到达  $C, D$  两地, 此时可以判断  $C, D$  到  $B$  的距离相等, 用到的数学道理



\_\_\_\_\_。

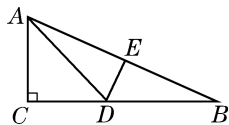
5. 如图, 将矩形纸片  $ABCD$  折叠, 使点  $D$  与点

$B$  重合, 点  $C$  落在  $C'$  处, 折痕为  $EF$ , 若  $AB=1$ ,  $BC=2$ , 则  $\triangle ABE$  和  $\triangle BC'F$  的周长之和是 \_\_\_\_\_。



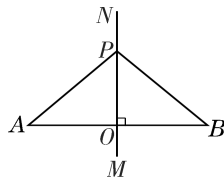
6. 已知点  $P$  在线段  $AB$  的垂直平分线上,  $PA=6$ , 则  $PB=$  \_\_\_\_\_。

7. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $DE$  是  $AB$  的垂直平分线,  $\angle CAD : \angle DAB = 2 : 1$ , 求  $\angle B$  的度数。



### 巩固应用

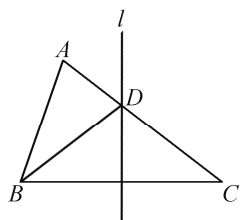
1. 如图, 线段  $AB$  的垂直平分线为  $MN$ , 点  $P$  在  $MN$  上, 则下列结论中错误的是 ( )



A.  $PA=PB$                       B.  $OA=OB$   
C.  $OP=OB$                       D.  $ON$  平分  $\angle APB$

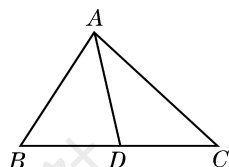
2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB+AC=4$ ,  $BC$  的垂直

平分线  $l$  交  $AC$  于  $D$ , 则  $\triangle ABD$  的周长为 ( )



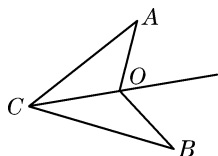
- A. 10                      B. 8  
C. 6                        D. 4

3. 如图, 点  $D$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上, 且  $BC = BD + AD$ , 则点  $D$  在 \_\_\_\_\_ 的垂直平分线上. ( )

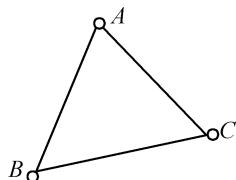


- A.  $AB$                       B.  $AC$   
C.  $BC$                       D. 不能确定

4. 如图是一个轴对称图形,  $OC$  是对称轴,  $\angle A = 35^\circ$ ,  $\angle ACO = 30^\circ$ , 那么  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_.

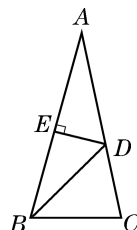


5. 如图, 兔子的三个洞口  $A, B, C$  构成  $\triangle ABC$ , 猎狗想捕捉兔子, 必须到三个洞口的距离都相等, 则猎狗应蹲守在 ( )



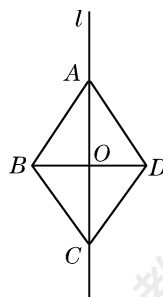
- A. 三条边的垂直平分线的交点  
B. 三个角的角平分线的交点  
C. 三角形三条高的交点  
D. 三角形三条中线的交点

6. 如图, 有一块三角形田地,  $AB = AC = 10$  m, 作  $AB$  的垂直平分线  $ED$  交  $AC$  于  $D$ , 交  $AB$  于  $E$ , 量得  $\triangle BDC$  的周长为  $17$  m, 请你替测量人员计算  $BC$  的长.

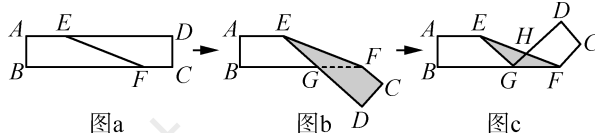


### 拓展提升

1. 如图所示,  $l$  是四边形  $ABCD$  的对称轴,  $AD \parallel BC$ , 现给出下列结论: ①  $AB \parallel CD$ ; ②  $AB = BC$ ; ③  $AB \perp BC$ ; ④  $AO = OC$ . 其中正确的结论有 ( )  
A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个



2. 如图 a 是长方形纸带,  $\angle DEF = 25^\circ$ , 将纸带沿  $EF$  折叠成图 b, 再沿  $BF$  折叠成图 c, 求图 c 中  $\angle DHF$  的度数.



## 13.1 轴对称(3)

### 基础训练

1. 找出下列图形所有的对称轴,并一一画出来.



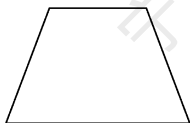
(1)



(2)

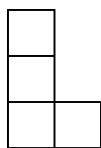


(3)

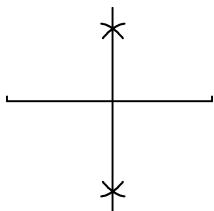


(4)

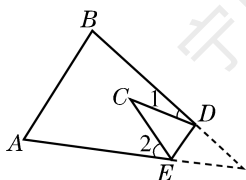
2. 请在下图上添画一个小正方形,使它成为轴对称图形.



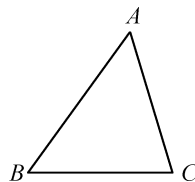
3. 如图的尺规作图是作 ( )



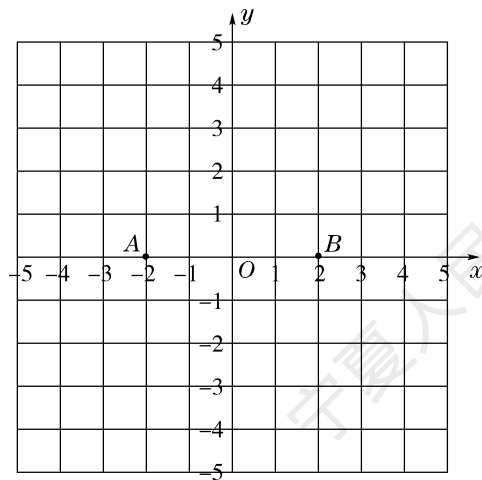
- A. 线段的垂直平分线  
B. 一个半径为定值的圆  
C. 一条直线的平行线  
D. 一个角等于已知角
4. 三角形纸片  $ABC$  中,  $\angle A = 65^\circ$ ,  $\angle B = 75^\circ$ , 将纸片的一角折叠, 使点  $C$  落在  $\triangle ABC$  内,  $\angle 1 = 20^\circ$ , 则  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_.



5. 某旅游景区内有一块三角形绿地  $ABC$ , 如图所示, 现要在道路  $AB$  的边缘上建一个休息点  $M$ , 使它到  $A, C$  两个点的距离相等. 在图中确定休息点  $M$  的位置.



6. 在平面直角坐标系中, 已知点  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ .

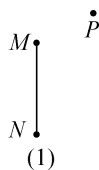


- (1) 画出一个以  $AB$  为边的等腰三角形  $ABC$ ;  
(2) 写出(1)中画出的三角形  $ABC$  的顶点  $C$  的坐标.

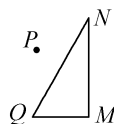


### 巩固应用

1. 如图, 分别过点  $P$  作线段  $MN$  的垂线.

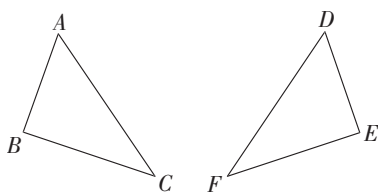


(1)

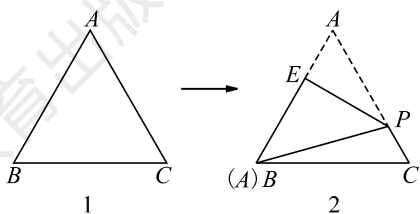


(2)

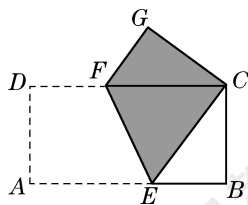
2. 如图,  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  关于某直线成轴对称, 你能作出这条直线吗?



3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$ ,按以下步骤作图:分别以点  $B$  和点  $C$  为圆心,大于  $BC$  一半的长为半径作圆弧,两弧相交于点  $M$  和点  $N$ ,作直线  $MN$  交  $AB$  于点  $D$ ,连接  $CD$ .若  $AB = 6$ ,  $AC = 4$ ,则  $\triangle ACD$  的周长为 ( )
- A. 6      B. 8      C. 10      D. 12
4. 如图 1,已知三角形纸片  $ABC$ ,  $\angle C = 65^\circ$ ,  $\angle A = 50^\circ$ ,将其折叠,如图 2,使点  $A$  与点  $B$  重合,折痕为  $ED$ ,点  $E$  与点  $D$  分别在  $AB$ ,  $AC$  上,则  $\angle DBC =$  \_\_\_\_\_.

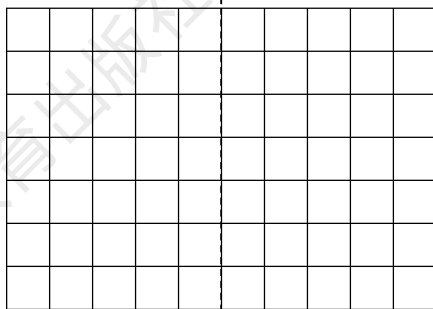


5. 将矩形纸片  $ABCD$  沿  $EF$  折叠,使点  $A$  与点  $C$  重合,点  $D$  落在点  $G$  处,  $EF$  为折痕.
- (1) 求证:  $\triangle FGC \cong \triangle EBC$ ;
- (2) 若  $AB = 8$ ,  $AD = 4$ ,求四边形  $ECGF$  (阴影部分)的面积.



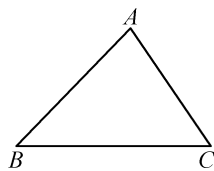
## 拓展提升

1. 自由创作一个轴对称图形.



2. 如图,已知  $\triangle ABC$ .

- (1) 求作  $\triangle ABC$  的中线  $AD$ ; (尺规作图,保留作图痕迹,不写作法)
- (2) 在(1)的图形中,分别过点  $B$ ,  $C$  作  $AD$  及其延长线的垂线段  $BE$ ,  $CF$ .垂足分别为点  $E$ ,  $F$ .补全图形,判断线段  $BE$  与  $CF$  的数量关系,并证明你的结论.



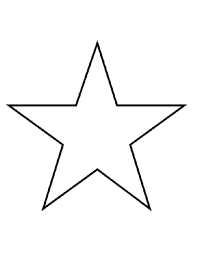


## 13.2 画轴对称图形(1)

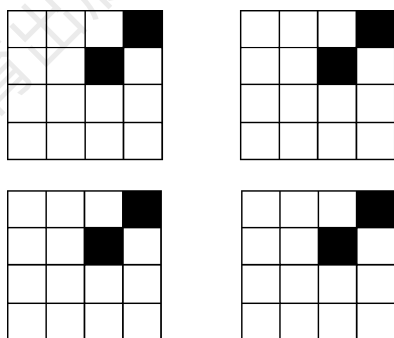


### 基础训练

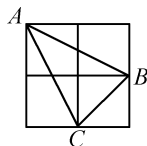
1. 作五角星关于某条直线对称的图形时,至少要选\_\_\_\_\_个关键点.



2. 由 16 个相同的小正方形组成的正方形网格,现将其中的两个小正方形涂黑(如图).请你用四种不同的方法分别在下图中再将三个空白的小正方形涂黑,使它成为轴对称图形.

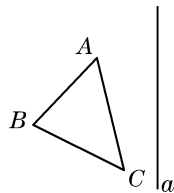
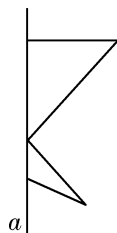
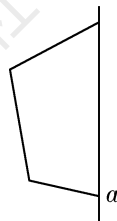


3. 如图,由四个小正方形组成的田字格中, $\triangle ABC$  的顶点都是小正方形的顶点,在田字格上画与 $\triangle ABC$  成轴对称的三角形,且顶点都是小正方形的顶点,则这样的三角形(不包含 $\triangle ABC$  本身)共有( )  
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

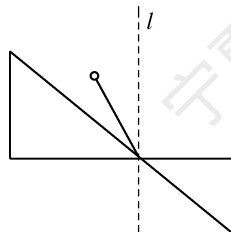


### 巩固应用

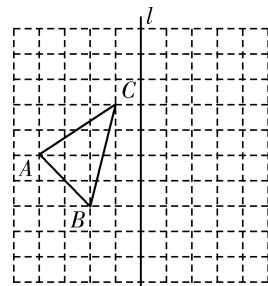
1. 把下列图形补成以直线  $a$  为对称轴的轴对称图形.



2. 将实线部分补成以虚线  $l$  为对称轴的轴对称图形,你会得到一只美丽蝴蝶的图案.(不写作法,保留作图痕迹).



3. 如图,在  $10 \times 10$  的正方形的网格中,每个小正方形的边长都为 1,网络中有一个格点  $\triangle ABC$  (即三角形的顶点都在格点上).



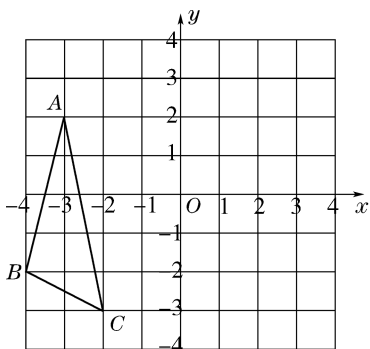
- (1) 在图中作出 $\triangle ABC$  关于直线  $l$  对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ;  
(2) 在(1)问的结果下,连接  $BB_1, CC_1$ ,求四边形  $BB_1C_1C$  的面积.

## 13.2 画轴对称图形(2)



### 基础训练

- 点  $P$  关于  $x$  轴的对称点  $P'$  的坐标为  $(4, -5)$ , 那么点  $P$  关于  $y$  轴的对称点  $P''$  的坐标为 ( )  
A.  $(-4, 5)$       B.  $(4, -5)$   
C.  $(-4, -5)$       D.  $(-5, -4)$
- 已知  $\triangle ADB$  的顶点坐标为  $A(2, 3), D(0, 0), B(4, 0)$ ,  $\triangle A'D'B'$  与  $\triangle ADB$  关于  $x$  轴对称, 则  $A'$  为 \_\_\_\_\_,  $B'$  为 \_\_\_\_\_,  $D'$  为 \_\_\_\_\_.
- 将点  $P(-2, 3)$  平移到  $(-2, -1)$ , 是将点  $P$  向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 个单位长度得到的.
- 如图, 已知  $\triangle ABC$ , 求顶点  $A, B, C$  关于  $y$  轴对称的点  $A', B', C'$  的坐标.



### 巩固应用

- 已知  $M(0, 2)$  关于  $x$  轴对称的点为  $N$ , 线段  $MN$  的中点坐标是 ( )
- 设点  $M(x, y)$  在第二象限, 且  $|x|=2, |y|=3$ , 则点  $M$  关于  $y$  轴的对称点的坐标是 ( )  
A.  $(2, 3)$       B.  $(-2, 3)$   
C.  $(-3, 2)$       D.  $(-3, -2)$
- 已知点  $M(1-a, 2a+2)$ , 若点  $M$  关于  $x$  轴

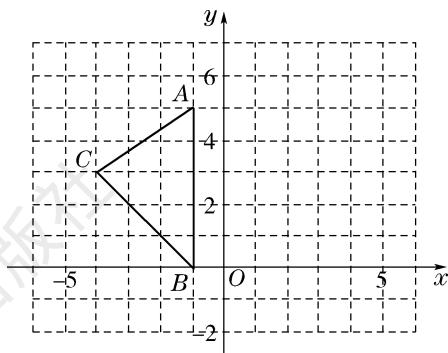
的对称点在第三象限, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

- 已知点  $A(2a-b, 5+a), B(2b-1, -a+b)$ .  
(1) 若点  $A, B$  关于  $x$  轴对称, 求  $a, b$  的值;  
(2) 若点  $A, B$  关于  $y$  轴对称, 求  $(4a+b)^{2017}$  的值.



### 拓展提升

- 点  $A$  和点  $B(2, -3)$  关于  $x$  轴对称, 则  $A, B$  两点间的距离是 ( )  
A. 4      B. 5      C. 6      D. 10
- 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-1, 5), B(-1, 0), C(-4, 3)$ .



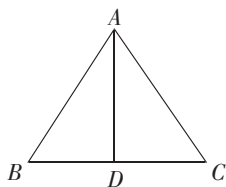
- 求  $\triangle ABC$  的面积;
- 在图中作出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴的对称图形  $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- 写出点  $A_1, B_1, C_1$  的坐标.

### 13.3.1 等腰三角形(1)

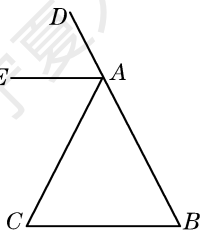


#### 基础训练

- 已知等腰三角形的顶角为  $50^\circ$ , 则这个等腰三角形的一个底角为 ( )  
A.  $50^\circ$                       B.  $65^\circ$   
C.  $50^\circ$ , 或  $80^\circ$           D.  $40^\circ$ , 或  $65^\circ$
- 下列长度的三条线段, 能组成等腰三角形的是 ( )  
A. 3 厘米, 8 厘米, 3 厘米  
B. 2 厘米, 2 厘米, 4 厘米  
C. 5 厘米, 4 厘米, 4 厘米  
D. 3 厘米, 5 厘米, 7 厘米
- 如图, 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$  为  $BC$  边的中点,  $\angle BAD = 35^\circ$ , 则  $\angle BAC$  的度数为 ( )



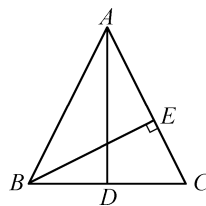
- A.  $35^\circ$                       B.  $55^\circ$   
C.  $60^\circ$                       D.  $70^\circ$
- 等腰三角形底边为 5, 一腰上的中线把其周长分为两部分的差为 3, 则腰长为 ( )  
A. 8                          B. 2  
C. 8 或 2                      D. 以上都不对
- 已知等腰三角形两边长分别为 4 和 9, 则第三边的长为 \_\_\_\_.
- 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AE$  是顶角  $\angle BAC$  的外角的平分线. 那么  $AE$  与  $BC$  平行吗? 为



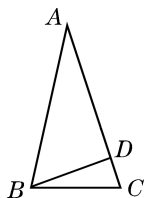
什么?

- 等腰三角形中, 一边与另一边长度之比为  $3:2$ , 该三角形周长为 56, 求腰长是多少.

- 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  是  $BC$  边上的中线,  $BE \perp AC$  于点  $E$ . 求证:  $\angle CBE = \angle BAD$ .

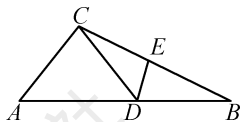


9. 在 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 是 $AC$ 上一点, 且 $AD = BD = BC$ ,  $\angle DBC = 20^\circ$ , 则 $\angle A =$ \_\_\_\_\_,  $\angle C =$ \_\_\_\_\_,  $\angle ABC =$ \_\_\_\_\_.



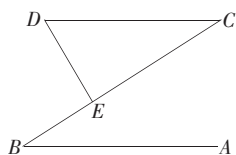
### 巩固应用

1. 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $D$ 为 $AB$ 上一点,  $E$ 为 $BC$ 上一点, 且 $AC = CD = BD = BE$ ,  $\angle A = 50^\circ$ , 则 $\angle CDE$ 的度数为 ( )



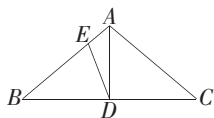
- A.  $50^\circ$       B.  $51^\circ$   
C.  $51.5^\circ$       D.  $52.5^\circ$

2. 如图,  $AB \parallel CD$ , 点 $E$ 在线段 $BC$ 上,  $CD = CE$ . 若 $\angle ABC = 30^\circ$ , 则 $\angle D$ 为 ( )



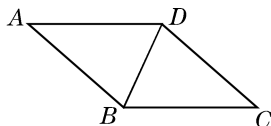
- A.  $85^\circ$       B.  $75^\circ$   
C.  $60^\circ$       D.  $30^\circ$

3. 等腰三角形的一个内角是 $70^\circ$ , 则它的顶角的度数是\_\_\_\_\_.
4. 已知一个等腰三角形的一边长为 $5\text{ cm}$ , 另一边长为 $7\text{ cm}$ , 则这个等腰三角形的周长为\_\_\_\_\_.
5. 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 100^\circ$ ,  $AD$ 是 $BC$ 边上的中线, 且 $BD = BE$ , 则 $\angle ADE$ 的大小为 ( )

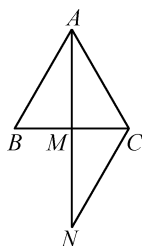


- A.  $10^\circ$     B.  $20^\circ$     C.  $40^\circ$     D.  $70^\circ$

6. 四边形 $ABCD$ 中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = AD$ . 请证明 $BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线.



7. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ , 过点 $C$ 作 $CN \parallel AB$ 且 $CN = AC$ , 连接 $AN$ 交 $BC$ 于点 $M$ . 求证:  $BM = CM$ .



### 拓展提升

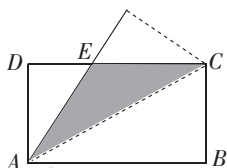
1. 如果等腰三角形的底边长为 $10$ , 那么腰长 $x$ 的取值范围为\_\_\_\_\_.
2. 等腰三角形一腰上的高与底边所成的角等于 ( )
- A. 顶角      B. 顶角的一半  
C. 顶角的 $2$ 倍      D. 底角的一半
3. 已知一个等腰三角形两内角的度数之比为 $1:4$ , 则这个等腰三角形顶角的度数为 ( )
- A.  $20^\circ$       B.  $120^\circ$   
C.  $20^\circ$ 或 $120^\circ$       D.  $60^\circ$

### 13.3.1 等腰三角形(2)

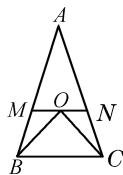


#### 基础训练

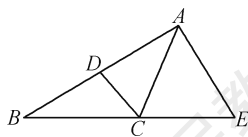
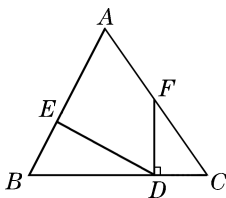
- 下列能判定三角形是等腰三角形的是 ( )  
A. 有两个角为  $30^\circ, 60^\circ$   
B. 有两个角为  $45^\circ, 85^\circ$   
C. 有两个角为  $50^\circ, 80^\circ$   
D. 有两个角为  $100^\circ, 120^\circ$
- 如图,把一张对边平行的纸条折叠,重合部分是 ( )



- 等边三角形      B. 等腰三角形  
C. 直角三角形      D. 无法判定
- 如图,  $BO, CO$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$ , 过点  $O$  的线段  $MN \parallel BC$ , 若  $AB = 8, AC = 6$ , 则  $\triangle AMN$  的周长为 ( )  
A. 12      B. 2  
C. 14      D. 16



- 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, FD \perp BC, ED \perp AB$ ,  $\angle AFD = 145^\circ$ , 则  $\angle EDF =$  \_\_\_\_\_.
- 已知  $CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $CD \parallel AE$ , 求证:  $\triangle ACE$  是等腰三角形.



- 如图, 在  $\triangle ABC$

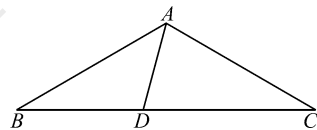
中,  $AB = AC, D$

为  $BC$  边上一点,

$\angle B = 30^\circ, \angle DAB = 45^\circ$ .

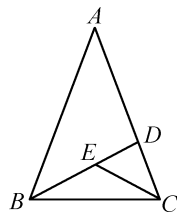
(1) 求  $\angle DAC$  的度数;

(2) 求证:  $DC = AB$ .



#### 巩固应用

- 一个三角形的三个外角度数之比为  $3:3:2$ , 则这个三角形为 ( )  
A. 等边三角形      B. 等腰三角形  
C. 直角三角形      D. 等腰直角三角形
- 已知等腰三角形一腰上的中线把等腰三角形的周长分成 9 和 12 两部分, 则等腰三角形的腰长为 \_\_\_\_\_.
- 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, \angle A = 36^\circ$ ,  $BD, CE$  分别是  $\angle ABC, \angle BCD$  的角平分线, 则图中的等腰三角形有 ( )



- 5 个
- 4 个
- 3 个
- 2 个

4. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 $a, b, c$ , 则下列条件中, 不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 ( )

A.  $a : b : c = 2 : 3 : 4$

B.  $a = 3, b = 4, c = 3$

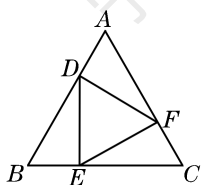
C.  $\angle B = 50^\circ, \angle C = 80^\circ$

D.  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$

5. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ ,  $AB$ 的垂直平分线与 $AC$ 所在的直线相交所成的角为 $50^\circ$ , 则底角 $\angle B$ 的度数为\_\_\_\_\_.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB =$

$AC$ , 点 $D, E, F$ 分别在 $AB, BC, AC$ 边上, 且 $BE = CF, BD = CE$ .

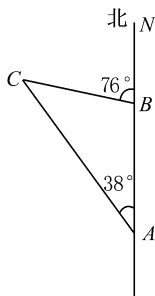


- (1) 求证:  $\triangle DEF$  是等腰三角形;  
(2) 当 $\angle A = 40^\circ$ 时, 求 $\angle DEF$ 的度数.

行 30 海里到  $B$  地, 测得灯塔在其北偏西  $76^\circ$  方向上.

- (1) 求 $\angle ACB$ 的度数.

- (2) 当轮船在  $B$  处时, 轮船到灯塔  $C$  的距离是多少?



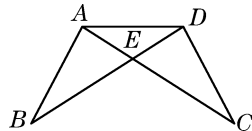
2. 在一次数学课上, 王老师在黑板上画出图, 并写下了四个等式:

①  $AB = DC$ ;

②  $BE = CE$ ;

③  $\angle C = \angle B$ ;

④  $\angle BAE = \angle CDE$ .



要求同学从这四个等式中选出两个作为条件, 推出 $\triangle ADE$ 是等腰三角形. 请你试着完成王老师提出的要求, 并说明理由. (写出一种即可)



### 拓展提升

1. 如图所示, 一艘轮船在近海处由南向北航行, 点  $C$  是灯塔, 轮船在  $A$  处测得灯塔在其北偏西  $38^\circ$  方向上, 轮船又由  $A$  向北航

### 13.3.2 等边三角形(1)



#### 基础训练

1. 下列三角形:

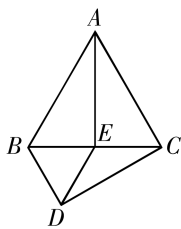
- ①有两个角等于  $60^\circ$ ;
- ②有一个角等于  $60^\circ$  的等腰三角形;
- ③三个外角(每个顶点处各取一个外角)都相等的三角形;
- ④一腰上的中线也是这条腰上的高的等腰三角形.

其中是等边三角形的有 ( )

- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③
- D. ①②③④

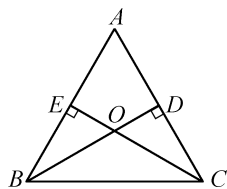
2. 已知等腰三角形周长 70 cm, 以它的底为边的等边三角形周长为 60 cm, 则它的腰长是 \_\_\_\_\_.

3. 如图, 已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等边三角形. 求证:  $AE = CD$ .



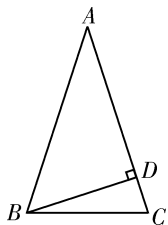
2. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D$  在  $AC$  边上,  $\angle DBC = 35^\circ$  则  $\angle ADB$  的度数为 \_\_\_\_\_.

3. 如图, 在锐角三角形  $ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ , 它的两条高  $BD, CE$  相交于点  $O$ , 且  $OB = OC$ . 求证:  $\triangle ABC$  是等边三角形.

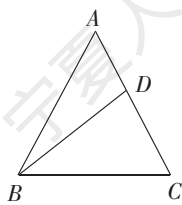


#### 巩固应用

1. 如图, 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 36^\circ$ ,  $BD \perp AC$  于点  $D$ , 则  $\angle CBD =$  \_\_\_\_\_.



第 1 题图

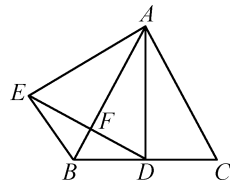


第 2 题图



#### 拓展提升

1. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线,  $\triangle ADE$  是等边三角形, 下列结论: ①  $AD \perp BC$ ; ②  $EF = FD$ ; ③  $BE = BD$ . 其中正确的个数有 ( )



- A. 3 个
- C. 1 个

- B. 2 个
- D. 0 个

### 13.3.2 等边三角形(2)

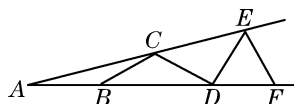


#### 基础训练

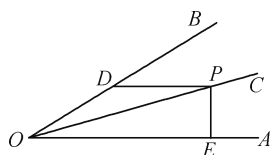
1. 如果三角形三个内角的比是  $1:2:3$ , 那么这个三角形最短边与最长边的比是 ( )

A.  $1:2$  B.  $2:3$  C.  $1:3$  D.  $1:4$

2. 如图,  $\angle A = 15^\circ$ ,  $AB = BC = CD = DE = EF$ , 则  $\angle DEF$  等于 \_\_\_\_\_.



3. 如图,  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $OC$  平分  $\angle AOB$ ,  $P$  为  $OC$  上任一点,  $PD \parallel OA$  交  $OB$  于  $D$ ,  $PE \perp OA$  于  $E$ , 若  $OD = 4$ , 求  $PE$  的长.

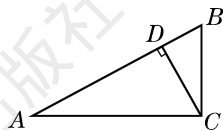


#### 巩固应用

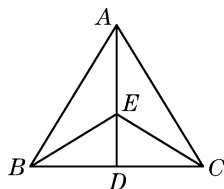
1. 下列条件中, 不能得到等边三角形的是 ( )

A. 有两个内角是  $60^\circ$  的三角形  
B. 有两边相等且是轴对称的三角形  
C. 有一个角是  $60^\circ$  且是轴对称的三角形  
D. 三边都相等的三角形

2. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A:\angle B:\angle C = 1:2:3$ ,  $CD \perp AB$  于  $D$ ,  $AB = 10$  cm, 则  $BD$  长为 \_\_\_\_\_.

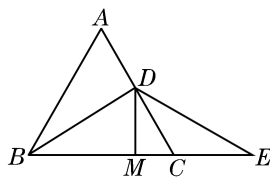


3. 已知  $D$  是  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上一点,  $E$  是  $AD$  上一点,  $EB = EC$ ,  $\angle ABE = \angle ACE$ . 求证:  $\angle BAE = \angle CAE$ .



#### 拓展提升

1. 已知在等边  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $AC$  的中点,  $E$  是  $BC$  延长线上的一点, 且  $CE = CD$ ,  $DM \perp BC$  于  $M$ . 求证:  $M$  是  $BE$  的中点.







## 基础训练

1. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB + BC = 9 \text{ cm}$ , 则  $AB$  长为 ( )

A. 3 cm B. 4 cm C. 5 cm D. 6 cm

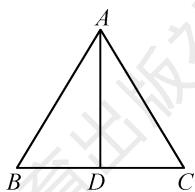
2. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 那么下列结论不一定成立的是 ( )

A.  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

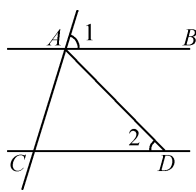
B.  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高线

C.  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线

D.  $\triangle ABC$  是等边三角形



2 题图

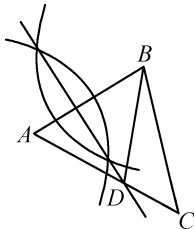


3 题图

3. 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $AD = CD$ ,  $\angle 1 = 70^\circ 30'$ , 则  $\angle 2$  的度数是 ( )

A.  $40^\circ 30'$  B.  $39^\circ 30'$  C.  $40^\circ$  D.  $39^\circ$

4. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ , 分别以  $A, B$  为圆心, 大于  $AB$  长的一半为半径画弧交于两点, 过两点的直线交  $AC$  于点  $D$ , 连接  $BD$ , 则  $\triangle ABD$  是 \_\_\_\_\_ 三角形.

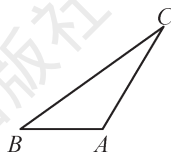


5. 根据下列语句, 用三角板、圆规或直尺作图, 不要求写作法:

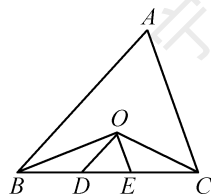
(1) 过点  $C$  作直线  $MN \parallel AB$ ;

(2) 作  $\triangle ABC$  的高  $CD$ ;

(3) 以  $CD$  所在直线为对称轴, 作与  $\triangle ABC$  关于直线  $CD$  对称的  $\triangle A'B'C'$ .



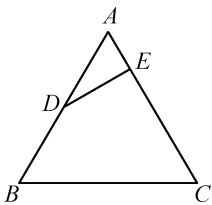
6. 如图,  $BO, CO$  分别平分  $\triangle ABC$  的内角  $\angle ABC, \angle ACB$ ,  $OD \parallel AB, OE \parallel AC$ , 若  $BC = 13 \text{ cm}$ , 求  $\triangle ODE$  的周长.





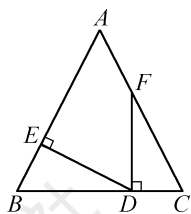
### 巩固应用

1. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $D$  为  $AB$  的中点,  $DE \perp AC$ , 垂足为点  $E$ .



若  $AE=1$ , 则  $\triangle ABC$  的周长为 ( )

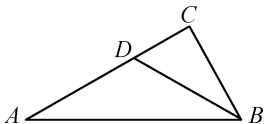
- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13
2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 且  $D$  在  $BC$  上,  $DE \perp AB$  于  $E$ ,  $DF \perp BC$  交  $AC$  于点  $F$ , 若  $\angle EDF=70^\circ$ , 则  $\angle AFD$  的度数是



( )

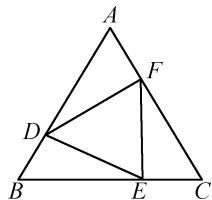
A.  $160^\circ$  B.  $150^\circ$  C.  $140^\circ$  D.  $120^\circ$

3. 已知等腰三角形的一个外角是  $80^\circ$ , 则它的底角度数为 \_\_\_\_\_ 度.
4. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 若  $AD=6\text{ cm}$ , 求  $DC$  的长.

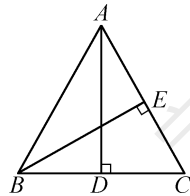


### 拓展提升

1. 如图, 等边  $\triangle ABC$  中,  $D, E, F$  分别是各边上的一点, 且  $AD=BE=CF$ . 求证:  $\triangle DEF$  是等边三角形.



2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的高线,  $BE \perp AC$  于点  $E$ ,  $\angle BAD = \angle CBE$ . 求证:  $AB=AC$ .

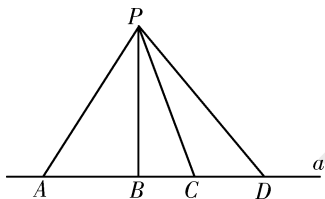


## 13.4 课题学习



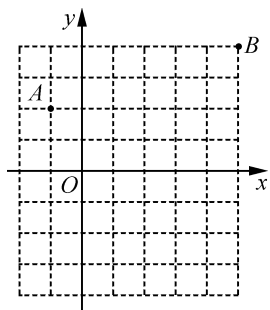
### 基础训练

1. 如图, 点  $P$  是直线  $a$  外一点,  $PB \perp a$ , 点  $A, B, C, D$  都在直线  $a$  上, 下列线段中最短的是 ( )

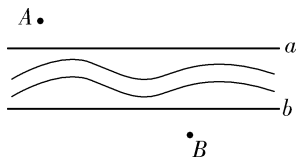


- A.  $PA$                       B.  $PB$   
C.  $PC$                       D.  $PD$

2. 平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(-1, 2)$ , 点  $B$  的坐标为  $(5, 4)$ , 你能在  $x$  轴上找到一点  $P$ , 使得点  $P$  到  $A, B$  两点的距离之和最短吗? 若能 (要有找点的连线痕迹, 不必证明), 请指出  $P$  点的坐标; 若不能, 请说明理由.

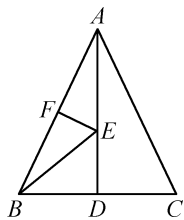


3. 如图, 村庄  $A, B$  位于一条小河的两侧, 若河岸  $a, b$  彼此平行, 现在要建设一座与河岸垂直的桥  $CD$ , 问桥址应如何选择才能使  $A$  村到  $B$  村的路程最近?



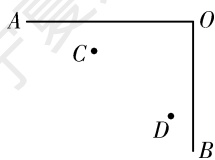
### 巩固应用

1. 如图, 在等边三角形  $ABC$  中,  $BC$  边上的高  $AD=6$ ,  $E$  是高  $AD$  上的一个动点,  $F$  是边  $AB$  的中点, 在点  $E$  运动的过程中, 存在  $EB+EF$  的最小值, 则这个最小值是 ( )



- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

2. 某中学八(2)班举行文艺晚会, 桌子摆成如图所示两直排 (图中的  $AO, BO$ ),  $AO$  桌面上摆满了橘子,  $OB$  桌面上摆满了糖果, 站在  $C$  处的学生小明先拿橘子再拿糖, 然后到  $D$  处座位上, 请你帮助他设计一条行走路线, 使其所走的总路程最短.

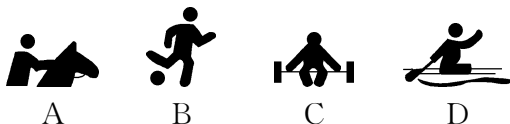


## 第 13 章 章末复习



### 基础训练

1. 下列图形中是轴对称图形的是 ( )

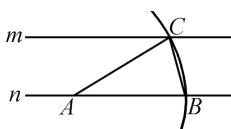


2. 在平面直角坐标系中,点  $A(-4,2)$  关于  $y$  轴对称点  $B$  的坐标为 ( )

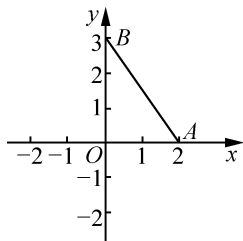
A.  $(-4,2)$       B.  $(4,2)$   
C.  $(4,-2)$       D.  $(-4,-2)$

3. 如图  $m \parallel n$ , 点  $A$  在直线  $m$  上, 以  $A$  为圆心的圆弧与直线  $n, m$  相交于  $C, B$  两点. 若  $\angle CAB = 30^\circ$ , 则  $\angle ABC$  的度数为 ( )

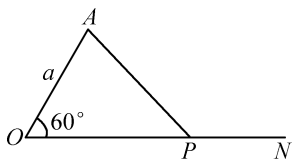
A.  $45^\circ$   
B.  $60^\circ$   
C.  $70^\circ$   
D.  $75^\circ$



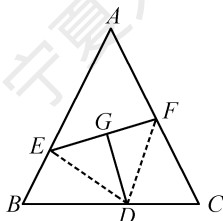
4. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标是  $(2,0)$ , 点  $B$  的坐标是  $(0,3)$ , 以  $AB$  为腰作等腰三角形, 则在坐标轴上的另一个顶点有 \_\_\_\_\_ 个.



5. 如图已知  $OA = a$ ,  $P$  是射线  $ON$  上一动点,  $\angle AON = 60^\circ$ , 当  $OP =$  \_\_\_\_\_ 时,  $\triangle AOP$  为等边三角形.



6. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $D, E, F$  分别在  $BC, AB, AC$  上, 且  $BD = CF$ ,  $BE = CD$ ,  $G$  是  $EF$



的中点, 求证:  $DG \perp EF$ .



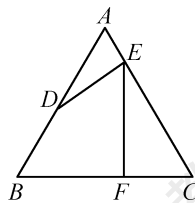
### 巩固应用

1. 一个等腰三角形的两边长分别是 4, 8, 则它的周长为 ( )

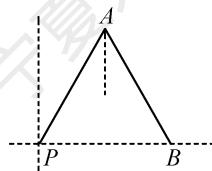
A. 12      B. 16      C. 20      D. 16 或 20

2. 如图, 在等边  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $AB$  的中点,  $DE \perp AC$  于  $E$ ,  $EF \perp BC$  于  $F$ , 已知  $AB = 8$ , 则  $BF$  的长为 ( )

A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

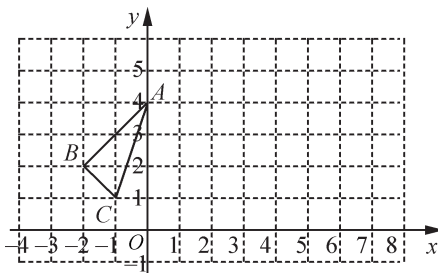


3. 如图所示, 一艘海轮位于灯塔  $P$  的北偏东  $30^\circ$  方向, 距离灯塔 4 海里的  $A$  处, 该海轮沿南偏东  $30^\circ$  方向航行 \_\_\_\_\_ 海里后, 到达位于灯塔  $P$  的正东方向的  $B$  处.



4. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 若  $AD = 6$ , 则  $AC =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\triangle ABC$  在平面直角坐标系中的位置如图所示.



(1)作出 $\triangle ABC$ 关于 $y$ 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ,并写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 各顶点的坐标;

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积;

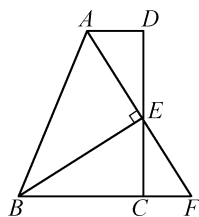
(3)将 $\triangle ABC$ 向右平移6个单位,作出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ,并写出 $\triangle A_2B_2C_2$ 各顶点的坐标;

(4)观察 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ ,它们是否关于某直线对称?若是,请在图上画出这条对称轴.

6. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ , $E$ 为 $CD$ 的中点,连接 $AE$ 并延长 $AE$ 交 $BC$ 的延长线于点 $F$ ,连接 $BE$ 且 $BE \perp AF$ .求证:

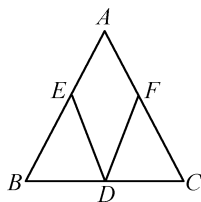
(1) $FC = AD$ ;

(2) $AB = BC + AD$ .

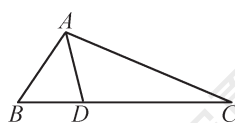


### 拓展提升

1. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$ , $D$ 是 $BC$ 的中点, $E$ , $F$ 分别是 $AB$ , $AC$ 上的点,且 $AE = AF$ ,求证: $DE = DF$ .



2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 2\angle C$ , $AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,求证: $AB + BD = AC$ .



## 整式的乘法与因式分解



## 目标导引

掌握正整数幂的运算性质,能用代数式和文字语言正确地表述这些性质,并能运用它们熟练地进行运算.掌握整式的乘除法则,并运用它们进行运算.

1. 会推导乘法公式(平方差公式和完全平方公式),了解公式的几何意义,能利用公式进行乘法运算.

2. 掌握整式的加、减、乘、除、乘方的较简单的混合运算,并能灵活地运用运算律与乘法公式简化运算.

3. 理解因式分解的意义,掌握提公因式法和运用公式法(直接运用公式不超过两次)这两种分解因式的基本方法,能够熟练地运用这些方法进行多项式的因式分解.



## 学法指导

1. 通过探索,理解幂的运算法则,并会进行计算.

2. 掌握整式的乘法法则,熟练地进行整式的计算与化简.

3. 理解平方差公式、两数和或差的平方公式的意义,掌握平方差公式和完全平方公式的结构特征,会用几何图形说明公式的意义,并能运用公式进行有关计算.

4. 理解零指数幂的意义,掌握单项式除以单项式,多项式除以单项式的运算法则,并会进行运算.

5. 明确因式分解与整式乘法之间的关系,理解因式分解的过程.

## 14.1.1 同底数幂的乘法



### 基础训练

- $5^3 \times 5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $(-4)^5 \times (-4)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $a^m \cdot a^7 = a^{20}$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $a \cdot a^3 \cdot a^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 下列计算正确的是 ( )  
 A.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$       B.  $x^3 + x^2 = x^5$   
 C.  $x^3 + x^3 = 2x^3$       D.  $x^5 \cdot x = x^5$
- 下列计算错误的是 ( )  
 A.  $x^4 \cdot x^3 = x^7$   
 B.  $(-c)^3 \cdot (-c)^5 = c^8$   
 C.  $2 \times 2^5 = 2^6$   
 D.  $a^5 \cdot a^5 = 2a^{10}$
- $a^{2m+2}$  可以写成 ( )  
 A.  $2a^{m+1}$       B.  $a^{2m} + a^2$   
 C.  $a^{2m} \cdot a^2$       D.  $a^2 \cdot a^{m+1}$
- 若  $m \cdot 2^3 = 2^6$ , 则  $m$  等于 ( )  
 A. 2      B. 4      C. 6      D. 8
- 下列各式中, 计算过程正确的是 ( )  
 A.  $x^3 + x^3 = x^{3+3} = x^6$   
 B.  $x^3 \cdot x^3 = 2x^3 = x^6$   
 C.  $x \cdot x^3 \cdot x^5 = x^{0+3+5} = x^8$   
 D.  $x^2 \cdot (-x)^3 = -x^{2+3} = -x^5$
- 计算:  
 (1)  $-a^3 \cdot a^5$ ;

$$(2) a^{m+1} \cdot a;$$

$$(3) y^m \cdot y^{m+1} \cdot y^{m+3};$$

$$(4) x^4 \cdot x^2 + x \cdot x^5.$$



### 巩固应用

- $(m+n)(m+n)^2(m+n)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 一种电子计算机每秒可进行  $10^{14}$  次运算, 它工作  $10^3$  秒可进行  $\underline{\hspace{2cm}}$  次运算.
- $m^4 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot m = m^7$ .
- 已知  $a^2 \cdot a^{x-3} = a^6$ , 那么  $x$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 下列计算正确的是 ( )  
 A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$       B.  $b^4 \cdot b^4 = 2b^4$   
 C.  $x^5 + x^5 = x^{10}$       D.  $y^7 \cdot y = y^8$
- $10^x = a, 10^y = b$ , 则  $10^{x+y+2} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( )  
 A.  $2ab$       B.  $a+b$   
 C.  $a+b+2$       D.  $100ab$
- 若  $a^{2m-1} \cdot a^{m+2} = a^7$ , 则  $m$  的值是 ( )  
 A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
- 当  $n$  为偶数时,  $(x-y)^m \cdot (y-x)^n$  与

$(x-y)^{m+n}$  的关系是 ( )

- A. 相等                  B. 互为相反数  
C. 不相等                D. 以上说法都不对

9. 计算:

(1)  $(-a) \cdot (-a)^3 \cdot (-a)^4 \cdot (-a)^8$ ;

(2)  $(a-b)^n \cdot (a-b)^{n-1}$ ;

(3)  $(p-q)^5 \cdot (q-p)^2$ .

10. 计算:

(1) 若  $a^5 \cdot a^m = a^{10} = a^n \cdot a^8$ , 求  $m, n$  的值;

(2) 若  $a^m = 5, a^n = 6$ , 求  $a^{m+n}$  的值.

11. 已知  $x^{m-n} \cdot x^{2m+1} = x^{11}, y^{m-1} \cdot y^{4-n} = y^2$ , 求  $m, n$ .



拓展提升

1. 已知  $a^x = 5, a^{x+y} = 25$ , 求  $a^x + a^y$  的值.

2. 已知  $2^{x+4} - 2^x \cdot 2 = 112$ , 求  $x$  的值.

3. 已知  $2^a = 3, 2^b = 5, 2^c = 30$ , 求  $a, b, c$  之间的数量关系.



## 14.1.2 幂的乘方



### 基础训练

- $(b^2)^3 \cdot b^4 =$  \_\_\_\_\_.
- $(-10^3)^5 =$  \_\_\_\_\_.
- $(x^2)^m \cdot (x^n)^3 =$  \_\_\_\_\_.
- $(-x)^3 \cdot (-x)^2 =$  \_\_\_\_\_.
- 下列计算的结果正确的是 ( )  
 A.  $a^3 \cdot a^3 = a^9$       B.  $(a^3)^2 = a^5$   
 C.  $a^2 + a^3 = a^5$       D.  $(a^2)^3 = a^6$
- 下列各式一定成立的是 ( )  
 A.  $(a^3)^x = (a^x)^3$       B.  $(a^n)^3 = a^{n+3}$   
 C.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$       D.  $(-a)^m = -a^m$
- 计算  $a^6 \cdot (a^2)^3$  的结果是 ( )  
 A.  $a^{11}$       B.  $a^{12}$   
 C.  $a^{14}$       D.  $a^{36}$
- 计算  $(-a^2)^5 + (-a^5)^2$  的结果是 ( )  
 A. 0      B.  $2a^{10}$   
 C.  $-2a^{10}$       D.  $2a^7$
- 计算  $(a^3)^2 + a^2 \cdot a^4$  的结果为 ( )  
 A.  $2a^9$       B.  $2a^6$   
 C.  $a^6 + a^8$       D.  $a^{12}$
- 计算  $(-x)^2 \cdot x^3$  所得的结果是 ( )  
 A.  $x^5$       B.  $-x^5$   
 C.  $x^6$       D.  $-x^6$
- 计算:

(1)  $x^5 \cdot x^3 \cdot x + (x^3)^4 + 4(x^6)^2$ ;

(2)  $(-a^5)^2 \cdot (-a^5 \cdot a^2)$ ;

(3)  $[(x+y)^3 \cdot (x+y)^3]^2$ .



### 巩固应用

- 计算:  $(-x^2)^2 \cdot (-x^2)^2 =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $a^m = 5$ , 则  $a^{3m} =$  \_\_\_\_\_;  
 若  $4^x = 2^{x+3}$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $a^3 \cdot (a^x)^3 = [(a^2)^3]^2$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.
- $-(x^{n+2})^3 =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $3^x = a, 3^y = b$ , 则  $3^{2x+y}$  等于 ( )  
 A.  $-a^2b$       B.  $a^2b$   
 C.  $2ab$       D.  $a^2 + b$
- 下列式子中与  $a^{3m+1}$  一定相等的是 ( )  
 A.  $(a^{m+1} + 1)^3$       B.  $(a^3)^{m+1}$   
 C.  $a \cdot (a^3)^m$       D.  $a \cdot a^2 \cdot a^m$
- 已知  $4 \cdot 8^m \cdot 16^m = 2^9$ , 则  $m$  的值是 ( )  
 A. 1      B. 2  
 C. 3      D. 4
- 已知  $3^{m+2} \times 9^{2m-1} \times 27^m = 9^8$ , 求  $m$  的值.

9. 已知  $a^{2n}=3$ , 求  $(a^{3n})^2 \cdot (a^2)^{2n}$  的值.

10. 求代数式的值:

$(-x)^3 \cdot (x^2)^5 \cdot x - (-x^4)^2 \cdot x^6$ , 其中  $x = -1$ .

11. 若  $2^m \cdot 2^n = 2^5$ ,  $(x^m)^3 = x^9$ , 求  $m^n$  的值.



#### 拓展提升

1. 已知  $2x + 5y - 3 = 0$ , 求  $4^x \cdot 32^y$  的值.

2. 阅读下列材料, 并补充完整, 然后解答题, 试比较  $3^{55}$ ,  $4^{44}$ ,  $5^{33}$  的大小.

解:  $3^{55} = 3^{11 \times 5} = (3^5)^{11} = (\quad)^{11}$ .

同理:  $4^{44} = (\quad)^{11}$ ,  $5^{33} = (\quad)^{11}$ .

一般当底数大于 1, 指数相同时, 底数越大, 幂就越大, 故  $\quad < \quad < \quad$ .

问题: (1) 完成上面的填空;

(2) 将  $3^{55}$  写成  $(3^5)^{11}$  是利用了  $\quad$ ;

(3) 请利用上述解题思路比较  $2^{125}$ ,  $3^{100}$ ,  $4^{75}$  的大小.

3. 探究:

(1) 若  $n$  为自然数, 试确定  $3^{4n} - 1$  的末位数字;

(2) 若  $|a - 2b| + (b - 2)^2 = 0$ , 求  $a^5 b^{10}$  的值.

## 14.1.3 积的乘方



### 基础训练

1. 判断下面的计算对不对.

(1)  $(ab^2)^3 = ab^6$  ( )

(2)  $(3xy)^3 = 9x^3y^3$  ( )

(3)  $(-2a^2)^2 = -4a^4$  ( )

2.  $(2m)^3 =$  .

3.  $(-xy)^5 =$  .

4.  $(-2a^2bc^3)^3 =$  .

5.  $-(5ab^2)^3 =$  .

6. 下列运算不正确的是 ( )

A.  $(x^2y^3)^2 = x^4y^6$

B.  $(3a^2b^2)^2 = 9a^4b^4$

C.  $(-xy)^3 = -xy^3$

D.  $(-m^2n^3)^2 = m^4n^6$

7.  $-27x^6y^9$  等于 ( )

A.  $(-27x^2y^3)^3$  B.  $(-3x^3y^2)^3$

C.  $-(3x^2y^3)^3$  D.  $(-3x^2y^6)^3$

8. 计算:

(1)  $(-2x^2y^3)^3$ ;

(2)  $(-3 \times 10^3)^3$ ;

(3)  $-(-3xy^3)^3$ ;

(4)  $(a^2b)^3 + a^6(-b)^3$ ;

(5)  $-a^6 + (-2a^3)^2 - (-3a^2)^3$ ;

(6)  $(x^3y^6)^n + (x^ny^{2n})^3$ ;

(7)  $(2a^3b^4)^2 + (-3a^3b^4)^3 + (-a^3b^4)^3$ .



### 巩固应用

1.  $(2 \times 10^2)^2 =$  .

2.  $0.2^7 \times (-5)^7 =$  .

3. 若  $3 \times 9^m \times 27^m = 3^{11}$ , 则  $m$  的值为 ( )

A. 2 B. 3

C. 4 D. 5

4. 用简便方法计算:

(1)  $(0.125)^{18} \times (-8)^{19}$ ;

$$(2) \left(\frac{5}{13}\right)^{2020} \cdot \left(2\frac{3}{5}\right)^{2021}.$$

5. 计算:

$$(1) m^3 \cdot m^4 \cdot m + (m^2)^4 + (-2m^4)^2;$$

$$(2) (-3a^3)^2 \cdot a^3 + (-4a)^2 \cdot a^7 - (5a^3)^3;$$

$$(3) (-a^2b^3)^3 \cdot (-a^2b)^4;$$

$$(4) \left(-\frac{1}{4}\right)^{2016} \times 16^{1008}.$$



### 拓展提升

1. (1) 已知  $a^x = 4, b^x = -5$ , 求  $(ab)^{2x}$  的值;

(2) 已知  $x^n = 2, y^n = 3$ , 求  $(x^2y)^{2n}$  的值.

2. 王亮和李军在玩一种游戏, 事前他们准备

了写有以下 4 个数的卡片:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{30}, 3^{30},$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{40}, 2^{40}$ , 他们将卡片装入一个密闭的箱

子中, 游戏规则是: 两人轮流地取卡片, 并将自己所取到的两个数作积的运算, 规定谁的结果大, 谁就获胜, 王亮抽到了

$\left(\frac{1}{3}\right)^{30}, 3^{30}$  两个数; 李军抽到了  $\left(\frac{1}{2}\right)^{40}, 2^{40}$  两

个数. 请你当裁判, 判定他们谁获胜了, 并说明理由.

## 14.1.4 整式的乘法(1)



### 基础训练

1.  $a^3 \cdot a^2b =$  \_\_\_\_\_.

2.  $4x^2 \cdot (-2xy) =$  \_\_\_\_\_.

3.  $(-2ab^3)^2 \cdot (-3a^2b) =$  \_\_\_\_\_.

4.  $(-x^2y)^3 \cdot (-3xy^2)^2 =$  \_\_\_\_\_.

5.  $(6 \times 10^5) \times (5 \times 10^4) =$  \_\_\_\_\_.

6.  $(-2a) \cdot \left(\frac{1}{4}a^3\right) =$  \_\_\_\_\_.

7. 下列运算正确的是 ( )

A.  $x^3 \cdot x^2 = x^6$

B.  $x^2 + x^2 = 2x^4$

C.  $(-2x^2)^2 = -4x^2$

D.  $(-2x^2) \cdot (-3x^3) = 6x^5$

8. 计算:  $x^2 \cdot 4x^3$  的结果是 ( )

A.  $4x^3$

B.  $4x^4$

C.  $4x^5$

D.  $4x^6$

9. 计算:

(1)  $(-5a^2b^3) \cdot (-4b^2c)^2$ ;

(2)  $2x^2y \cdot (-xy)^2$ ;

(3)  $-xy^2z^3 \cdot (-x^2y)^3$ ;

(4)  $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \cdot (2xy^2)^2$ ;

(5)  $(2 \times 10^3)(3 \times 10^5)(5 \times 10^2)$ .



### 巩固应用

1. 已知单项式  $2a^3y^3$  与  $-4a^2y^n$  的积为  $ma^5y^4$ , 则  $m+n =$  \_\_\_\_\_.

2. 观察下面的单项式:  $a, -2a^2, 4a^3, -8a^4$  ... 根据你发现的规律, 第 8 个式子是 \_\_\_\_\_.

3. 一种计算机每秒可做  $4 \times 10^8$  次运算, 它工作  $3 \times 10^3$  秒运算的次数为 ( )

A.  $12 \times 10^{24}$

B.  $1.2 \times 10^{12}$

C.  $12 \times 10^{12}$

D.  $12 \times 10^8$

4. 下列运算中, 不正确的是 ( )

①  $(-x)^3(xy)^2 = -x^3y^2$

②  $(-2x^2y^3)(6x^2y)^3 = -432x^8y^6$

③  $(a-b)^2(b-a) = -(b-a)^3$

④  $(-0.1^m) \cdot 10^m = -1^m$

A. ①②

B. ①③

C. ①④

D. ②④

5. 计算:

$$(1) \frac{2}{5}x^2y^3 \cdot \left[-\frac{5}{16}xyz^2\right];$$

$$(2) (-2a^2) \cdot (-ab^2)^3 \cdot (2a^2b^3);$$

$$(3) \left[-\frac{1}{2}x^5y^2\right] \cdot (-4x^2y)^2.$$

6. 已知  $A = 3ab$ ,  $B = -\frac{1}{3}a^2c$ , 求  $A^2B$  的值.

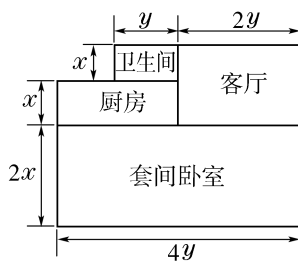


### 拓展提升

1. 小华家新购了一套结构如下图的住房, 正准备装修.

(1) 试用代数式表示这套住房的总面积;

(2) 若  $x = 2.5$  m,  $y = 3$  m, 装修客厅和卧室至少需要准备多少面积的木地板?



2. 已知单项式  $9a^{m+1}b^{n+1}$  与  $-2a^{2m-1}b^{2n-1}$  的积与  $5a^3b^6$  是同类项, 求  $m, n$  的值.

## 14.1.4 整式的乘法(2)



### 基础训练

- $2a^2 \cdot (3a^2 - 5b) =$  \_\_\_\_\_.
- $-4x \cdot (2x^2 + 3x - 1) =$  \_\_\_\_\_.
- $(3ab^2 - 5ab^3) \cdot (-2a^2) =$  \_\_\_\_\_.
- $3(a^2m + n) \cdot am^2n =$  \_\_\_\_\_.
- 计算  $a(b-c) + b(c-a) - c(b-a)$  得 \_\_\_\_\_.

- A. 0                      B.  $2ac$   
C.  $2ab$                       D.  $2bc$

- 化简  $x(2x-1) - x^2(2-x)$  的结果是 \_\_\_\_\_.

- A.  $-x^3 - x$                       B.  $x^3 - x$   
C.  $-x^2 - 1$                       D.  $x^3 - 1$

- 一个长方体的长、宽、高分别为  $3x-4$ ,  $2x$  和  $x$ , 它的体积是 \_\_\_\_\_.

- A.  $3x^3 - 4x^2$                       B.  $x^2$   
C.  $6x^3 - 8x^2$                       D.  $6x^2 - 8x$

- 计算:

(1)  $(0.75a^2b - 0.5ab^2 - b^3) \cdot (-4ab^2)$ ;

(2)  $\left(-\frac{1}{2}x\right)(8x^3 - 7x + 4)$ ;

(3)  $a^2(2a)^3 - a(3a + 8a^4)$ .

- 化简求值:

$x^2(x^2 - x + 1) - x(x^3 - x^2 + x - 1)$ , 其中  $x=4$ .



### 巩固应用

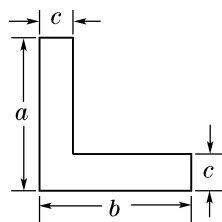
- $2(a^2b^2 - ab + 1) + 3ab(1 - ab) =$  \_\_\_\_\_.

- 已知梯形的上底为  $a$ , 下底为  $2b$ , 高为  $\frac{1}{2}a$ , 则梯形的面积为 \_\_\_\_\_.

- 现规定一种运算:  $a \blacktriangle b = ab + a - b$ , 其中  $a, b$  为实数, 则  $a \blacktriangle b + (b-a) \blacktriangle b$  等于 \_\_\_\_\_.

- A.  $a^2 - b$                       B.  $b^2 - b$   
C.  $b^2$                       D.  $b^2 - a$

- 如图是 L 形钢条截面, 它的面积为 \_\_\_\_\_.



- A.  $ac + bc$   
B.  $ac + (b-c)c$   
C.  $(a-c)c + (b-c)c$   
D.  $a + b + 2c + (a-c) + (b-c)$

5. 下列各式中计算错误的是 ( )

A.  $2x(2x^3+3x-1)=4x^4+6x^2-2x$

B.  $b(b^2-b+1)=b^3-b^2+b$

C.  $-\frac{1}{2}x(2x^2-2)=-x^3-x$

D.  $\frac{2}{3}x\left(\frac{3}{2}x^3-3x+1\right)=x^4-2x^2+\frac{2}{3}x$

6. 计算下列各题:

(1)  $a - \frac{1}{3}(a+b) + \frac{1}{2}(a-b) - \frac{1}{6}(a-2b)$ ;

(2)  $(3x^2 + \frac{1}{2}y - \frac{2}{3}y^2) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)^3$ ;

(3)  $12ab\left[2a - \frac{3}{4}(a-b) + \frac{2}{3}b\right]$ .

### 拓展提升

1. 已知: 单项式  $M, N$  满足  $2x(M+3x)=6x^2y^2+N$ , 求  $M, N$ .

2. 阅读下列文字, 并解决问题.

已知  $x^2y=3$ , 求  $2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)$  的值.

分析: 考虑到满足  $x^2y=3$  的  $x, y$  的可能值较多, 不可以逐一代入求解, 故考虑整体思想, 将  $x^2y=3$  整体代入.

$$\begin{aligned} \text{解: } & 2xy(x^5y^2-3x^3y-4x) \\ &= 2x^6y^3-6x^4y^2-8x^2y \\ &= 2(x^2y)^3-6(x^2y)^2-8x^2y \\ &= 2 \times 3^3-6 \times 3^2-8 \times 3 \\ &= -24. \end{aligned}$$

请你用上述方法解决问题:

已知  $ab=3$ , 求  $(2a^3b^2-3a^2b+4a) \cdot (-2b)$  的值.



## 14.1.4 整式的乘法(3)



### 基础训练

1.  $(1-x)(0.8-x)=$ \_\_\_\_\_.

2.  $(x-3y)(x+y+1)=$ \_\_\_\_\_.

3.  $(-x-1)(-x+1)=$ \_\_\_\_\_.

4. 多项式  $2a-3b$  与多项式  $a+5b$  的积是

( )

A.  $2a^2-2$

B.  $2a^2+7ab-15b^2$

C.  $2a^2+10ab-15b^2$

D.  $2a^2-3ab-15b^2$

5.  $(x+8)(x-4)=x^2+mx+n$ , 则  $m, n$  的值分别是 ( )

A. 4, 32

B. 4, -32

C. -4, 32

D. -4, -32

6. 已知  $a+b=m, ab=-4$ , 化简  $(a-2)(b-2)$  的结果是 ( )

A. 6

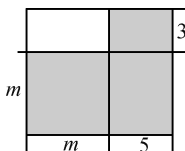
B.  $2m-8$

C.  $-2m$

D.  $-2n$

7. 下面四个整式中, 不能表示图中阴影部分面积的是

( )



A.  $(m+5)(m+3)-3m$

B.  $m(m+5)+15$

C.  $m^2+5(m+3)$

D.  $m^2+8m$

8. 计算:

(1)  $(2a+3)\left(-\frac{3}{2}b-5\right)$ ;

(2)  $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ;

(3)  $2(a+2b)(a-2b)$ .

9. 先化简, 再求值:

$(2x-5)(3x+2)-6(x+1)(x-1)$ , 其中

$x=\frac{1}{5}$ .



### 巩固应用

1.  $(ax+b)(cx+d)=$ \_\_\_\_\_.

2. 将一个长为  $x$ , 宽为  $y$  的长方形的长增加 1, 宽减少 1, 得到的新长方形的面积是\_\_\_\_\_.

3. 要使  $x(x^2-a)+3x-2b=x^3+5x+4$  成立, 则  $a, b$  的值分别为 ( )

A.  $a=2, b=2$

B.  $a=-2, b=-2$

C.  $a=2, b=-2$

D.  $a=-2, b=2$

4. 要使  $(x^2+ax+1)\times(-6x^3)$  的展开式中不含  $x^4$  项, 则  $a$  应等于 ( )

A. -6

B. -1

C.  $\frac{1}{6}$

D. 0

5. 通过计算比较图 1、图 2 中阴影部分的面积,可以验证的计算式子是 ( )

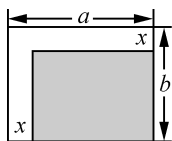


图1

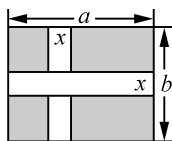


图2

- A.  $a(b-x) = ab - ax$   
 B.  $b(a-x) = ab - bx$   
 C.  $(a-x)(b-x) = ab - ax - bx$   
 D.  $(a-x)(b-x) = ab - ax - bx + x^2$
6. 若  $(x+2)(x-m)$  的积中,  $x$  的一次项系数为 3, 则常数  $m$  的值为 ( )
- A. -1    B. 2    C. 3    D. 6
7. 计算:

(1)  $(3x+y)^2$ ;

(2)  $x^2 - (x+3)(x-2)$ .

8. 先化简,再求值:

$(3x+1)(2x-3) - (6x-5)(x-4)$ , 其中  $x = -2$ .



### 拓展提升

1. 观察下列各式:

①  $-a+b = -(a-b)$ ; ②  $2-3x = -(3x-2)$ ; ③  $5x+30 = 5(x+6)$ ; ④  $-x-6 = -(x+6)$ .

(1) 探索以上四个式子中括号的变化情况,思考它和去括号法则有什么不同?

(2) 利用你探索出来的规律,解答下面的题目:

已知  $a^2+b^2=5$ ,  $1-b=-2$ , 求  $-1+a^2+b+b^2$  的值.

2. 小亮在学习多项式乘以多项式时,发现  $(x+a)(x+b)$  的规律是  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ , 请运用上述规律,直接写出下列各式的结果:

(1)  $(x+2)(x+3) =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $(x-3)(x-5) =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $(x-3)(x+10) =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $(x+7)(x+10) =$  \_\_\_\_\_.

## 14.1.4 整式的乘法(4)



### 基础训练

1.  $a^m \div a^n =$  \_\_\_\_\_, 此式成立的条件是 \_\_\_\_\_.

2. (1)  $x^5 \div x^2 =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $(-3)^5 \div (-3)^2 =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $(xy)^4 \div (xy) =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $(-x)^6 \div (-x)^3 =$  \_\_\_\_\_.

3. (1)  $x^8 \div$  \_\_\_\_\_  $= x^5 \div$  \_\_\_\_\_  $= x^2$ ;

(2)  $a^m \div$  \_\_\_\_\_  $= a^{m-1}$ ;

(3) 已知  $a^8 \div a^m = a^5$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $(\pi - 3.14)^0 =$  \_\_\_\_\_;

(5)  $a^{12} \div a^3 \cdot a^7 =$  \_\_\_\_\_.

4. 判断题:

(1)  $a^0 = 1$  ( )

(2)  $(0.00001)^0 = (10000)^0$  ( )

(3)  $x^{10} \div x^{10} = x^{10-10} = x^0 = 0$  ( )

(4)  $a^{16} \div a^2 = a^8$  ( )

5.  $(a^2)^4 \div a^3 \div a$  等于 ( )

A.  $a^5$     B.  $a^4$     C.  $a^3$     D.  $a^2$

6. 下列运算正确的是 ( )

A.  $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$     B.  $(2x^2)^3 = 8x^6$

C.  $x^9 \div x^3 = x^3$     D.  $(x-1)^2 = x^2 - 1^2$

7.  $(a^2)^3 \div a^4 + a^2 =$  ( )

A.  $a^4 + a^2$     B.  $a + a^2$

C.  $2a^4$     D.  $2a^2$

8. 若  $(2x+1)^0 = 1$ , 则 ( )

A.  $x \geq -\frac{1}{2}$

B.  $x \neq -\frac{1}{2}$

C.  $x \leq -\frac{1}{2}$

D.  $x \neq \frac{1}{2}$

9. 计算:

(1)  $-4^6 \div 4^4$ ;

(2)  $(2x)^5 \div (2x)^3$ ;

(3)  $-16a^4b^2c \div (8a^4b^2)$ .



### 巩固应用

1. 若  $3^{2x+1} = 1$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知  $3^x = 4$ ,  $3^y = 6$ , 则  $3^{y-x} =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $3x - 8 = (x-1)^0$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

4. (1)  $(-a^2)^3 \div (a^2)^2 =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若  $a^x = 5$ ,  $a^y = 30$ , 则  $a^{y-x} =$  \_\_\_\_\_;

(3) 若  $a^x = 5$ ,  $a^{y-x} = 15$ , 则  $a^y =$  \_\_\_\_\_.

5. 若  $2^x = 3$ ,  $4^y = 5$ , 则  $2^{x-2y}$  的值为 ( )

A.  $\frac{2}{5}$

B.  $-2$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{6}{5}$

6. 小马虎在下面的计算中只做对了一道题,

他做对的题目是 ( )

A.  $-2^3 \cdot (-2)^0 = 0$

B.  $(-2x^2y^3)^3 = 6x^6y^9$

C.  $(3m+n)(-n+3m) = 9m^2 - n^2$

D.  $(-a)^3 \div (-a) = -a^2$

7. 下列计算中: ①  $4a^3b \div 2a^2 = 2a$ ; ②  $-$

$12x^4y^3 \div 2x^2y = 6x^2y^2$ ; ③  $-16a^2bc \div \frac{1}{4}$

$a^2b = -4$ ; ④  $\left(\frac{1}{2}ab^2\right)^3 \div \frac{1}{2}ab^2 = \frac{1}{4}a^2b^4$ ,

错误的有 ( )

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

8. 计算:

(1)  $y^7 \div y^4 \div y^3$ ;

(2)  $(a^2)^3 \cdot (a^2)^4 \div (a^2)^5$ ;

(3)  $(x^3)^4 + x^{13} \div x$ ;

(4)  $(3a^2b^3) \cdot (-2ab^4) \div (6a^2b^3)$ .

9. 先化简,再求值:

$[(xy+2)(xy-2)-2x^2y^2+4] \div xy$ , 其

中  $x=10, y=-\frac{1}{25}$ .



拓展提升

1. 若  $3^m=6, 9^n=2$ , 求  $3^{2m-4n+1}$  的值.

2. (1) 若  $9^m \cdot 27^{m-1} \div 3^{3m} = 27$ , 求  $m$  的值;

(2)  $10^m=20, 10^n=\frac{1}{5}$ , 求  $10^{m-2n}$  的值.

## 14.1.4 整式的乘法(5)



### 基础训练

- $(1) 21a^8 \div 7a^2 = \underline{\hspace{2cm}};$   
 $(2) \underline{\hspace{2cm}} \div 5x^2y = 5xy^2;$   
 $(3) 4x^4y^2 \div (-2xy)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $-6x^4y^2z^4 \div \left[-\frac{1}{3}x^3yz^2\right] = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $28a^4b^2 = 7a^3b \cdot \underline{\hspace{2cm}}.$
- $(m+n)^4 \div (m+n)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $(-8a^4b^5c \div 4ab^5) \cdot (2a^3b^2) = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 计算:  
 $(6 \times 10^6) \div (3 \times 10^4) = \underline{\hspace{2cm}};$   
 $(-2 \times 10^5) \div (4 \times 10^3) = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $12a^{14}b^5 \div \left[6a^6b^2 \div \frac{1}{2}a^5b^2\right] = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 计算  $(3xy^2)^6 \div (3xy^2)^3$  的结果是 (     )  
 A.  $3x^3y^6$                       B.  $9x^2y^4$   
 C.  $27x^3y^5$                       D.  $27x^3y^6$
- 计算:  
 $(1)(16a^3 - 24a^2) \div (-8a^2);$   
  
 $(2)(6a^5 + 36a^3 - 3a^2) \div 3a^2;$   
  
 $(3)[(3a+b)^2 - b^2] \div 3a.$



### 巩固应用

- 已知  $-5x$  与一个整式的积是  $25x^2 + 15x^3y - 20x^4$ , 则这个整式是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 一个长方形的面积为  $12x^2y - 10x^3$ , 宽为  $2x^2$ , 则这个长方形的周长是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 任意给定一个非零实数, 按下列程序计算,  $m \rightarrow$  平方  $\rightarrow -m \rightarrow \div m \rightarrow +2 \rightarrow$  结果, 最后输出的结果是 (     )  
 A.  $m$                               B.  $m^2$   
 C.  $m+1$                           D.  $m-1$
- 已知  $16a^4b^m \div 28a^n b^2 = \frac{4}{7}b^3$ , 那么  $m, n$  的取值为 (     )  
 A.  $m=5, n=4$                   B.  $m=4, n=3$   
 C.  $m=5, n=3$                   D.  $m=4, n=4$
- $15x^8y^2z \div (\quad) = 3xyz$ , 括号内所填的代数式为 (     )  
 A.  $5x^7yz$                           B.  $5x^8y$   
 C.  $5x^7y$                               D.  $\frac{1}{5}x^7y$
- 下列各题的计算中正确的是 (     )  
 ①  $(-2a^2b^3) \div (-2ab) = a^2b^3;$   
 ②  $(-2a^2b^4) \div (-2ab^2) = a^2b^2;$   
 ③  $2ab^2c \div \frac{1}{2}ab^2 = 4c;$   
 ④  $\frac{1}{5}a^2b^3c^2 \div (-5abc)^2 = \frac{1}{125}b.$   
 A. ①②                              B. ①③  
 C. ②④                              D. ③④

7. 先化简,再求值:

$$(x^5 + 3x^3) \div x^3 - (x+1)^2, \text{ 其中 } x = -2.$$



### 拓展提升

1. 已知  $A = 2x$ ,  $B$  是多项式, 在计算  $B + A$  时, 小马虎同学把  $B + A$  看成了  $B \times A$ , 结果得  $x^2 + \frac{1}{2}x$ , 则  $B + A =$  \_\_\_\_\_.

## 14.1 整理复习



### 基础训练

1.  $2ab^3 \cdot (-4ab) = 8a^2b^4$ ,  $a^0 \cdot a^5 \cdot (a^2)^3 = a^{10}$ ,  $(-a^3)^3 \div a^4 = a^2$ ;  $(-a)^6 \div (-a)^3 = -a^3$ . 其中正确的有 ( )

- A. 1 个                      B. 2 个  
C. 3 个                      D. 4 个

2. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $3a^2 \cdot 4ab = 7a^3b$   
B.  $(2ab^3) \cdot (-4ab) = -2a^2b^4$   
C.  $(xy)^3 \cdot (-x^2y) = -x^3y^3$   
D.  $-3a^2b \cdot (-3ab) = 9a^3b^2$

3. 以下计算不正确的是 ( )

- A.  $(3x^2y^4) \cdot (2xy^2) = 6x^3y^6$   
B.  $(-a^2b)^2 \cdot (-ab^3)^3 \cdot (-ab)^4 = -a^{11}b^{15}$   
C.  $(-x) \cdot (-x^2) + x^3 + 2x^2(-x) = 0$   
D.  $(0.125)^2 \cdot (0.25)^3 \cdot (0.5)^6 = \frac{1}{2^{16}}$

4.  $(-3x+1)(-2x)^2$  等于 ( )

- A.  $-6x^3 - 2x^2$               B.  $6x^3 - 2x^2$   
C.  $6x^3 + 2x^2$               D.  $-12x^3 + 4x^2$

5. 下列各式中不正确的是 ( )

A.  $\left[-3^2 \times \frac{1}{9}\right]^0 = 1$     B.  $\left[2a^2 - \frac{1}{2}\right]^0 = 1$

C.  $(|a| + 1)^0 = 1$     D.  $(-1 - a^2)^0 = 1$

6. 若  $a = -\frac{1}{5}$ , 则代数式  $(5a-4)(6a-7) - (3a-2)(10a-8)$  的值为 ( )

- A. 15    B. 22    C. -15    D. 9

7. (1)  $2x^3 \cdot (-2xy) \left[-\frac{1}{2}xy\right]^3$  的结果是 \_\_\_\_\_;

(2)  $-[-a^2(2a^3-a)] =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $(-4x^2+6x-8) \cdot \left[-\frac{1}{2}x^2\right] =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $\frac{3}{5}xy \cdot$  \_\_\_\_\_  $= -\frac{3}{5}xy^2z$ ;

(5)  $(x-y)^7 \div (y-x)^2 \div (x-y)^3 =$  \_\_\_\_\_.

8. 计算:

(1)  $(3 \times 10^5)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} \times 10^3\right]$ ;

$$(2)(-2x^2y) \cdot (x^3y^2) \cdot (x^2y)^2;$$

$$(3)(2x+5y)(3x-2y);$$

$$(4)a^{4m+1} \div (-a)^{2m+1} (m \text{ 为正整数});$$

$$(5)[x(x^2y^2-xy)-y(x^2-x^3y)] \div 3x^2y.$$

9. 化简求值:

$$8a(3a^2-b)-a(5b+4a^2), \text{ 其中 } a=2,$$

$$b=\frac{1}{26}.$$



#### 巩固应用

1. 若  $(x-3)(x+4)=x^2+px+q$ , 那么  $p, q$  的值是 ( )

A.  $p=1, q=-12$     B.  $p=-1, q=12$

C.  $p=7, q=12$     D.  $p=7, q=-12$

2. 若  $(-3x+a)(x-1)$  的结果中不含  $x$  的

一次项, 则

( )

A.  $a=-2$

B.  $a=1$

C.  $a=-3$

D.  $a=3$

3. 若  $n$  为正整数, 且  $x^{2n}=3$ , 则  $(3x^{3n})^2$  的值为 \_\_\_\_\_.

4. 如果  $(a^n b \cdot ab^m)^3 = a^9 b^{15}$ , 那么  $mn$  的值是 \_\_\_\_\_.

5.  $(6y^2-2xy) \div (-2y) =$  \_\_\_\_\_.

6. 计算:

$$(1) -2a^2 \left[ \frac{1}{2}ab + b^2 \right] - 5ab \left[ \frac{2}{5}a^2 - ab \right];$$

$$(2) (x^{n+1}+2)(x^n+x^2);$$

$$(3) [(x+1)(x+2)-2] \div x.$$



#### 拓展提升

1. 观察下列各式:  $1 \times 3 = 1^2 + 2 \times 1$ ;  $2 \times 4 = 2^2 + 2 \times 2$ ;  $3 \times 5 = 3^2 + 2 \times 3$ ; ... 请你将猜想到的规律用自然数  $n (n \geq 1)$  表示出来 \_\_\_\_\_.

2. 观察下列各式的计算结果与相乘的两个多项式之间的关系:

$$(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1;$$

$$(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8;$$

$$(x+3)(x^2-3x+9)=x^3+27.$$

请根据以上规律填空:

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)=_____.$$

## 14.2.1 平方差公式



### 基础训练

- $(x-1)(x+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $(0.3 + 0.2xy)(0.3 - 0.2xy) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $(2x-y)(\underline{\hspace{2cm}}) = 4x^2 - y^2$ .
- $(-2a^2 - 5b)(\underline{\hspace{2cm}}) = 4a^4 - 25b^2$ .
- $(-1+4b)(-1-4b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 下列计算结果正确的是 ( )
  - $(a-7)(7+a) = a^2 - 7$
  - $(x+2)(3x-2) = 3x^2 - 4$
  - $(xy+z)(xy-z) = x^2y^2 - z^2$
  - $(-a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- 下列多项式相乘,不能用平方差公式计算的是 ( )
  - $(-a-b)(-b+a)$
  - $(xy+z)(xy-z)$
  - $(m-n)(n-m)$
  - $(0.5x-y)(-y-0.5x)$
- 下列各式中可以用平方差公式计算的 ( )
  - $(m+2n)(2n+m)$
  - $(m+2n)(2n-m)$
  - $(-m+2n)(m-2n)$
  - $(-m-2n)(m+2n)$
- 下列各式中,计算结果为  $x^2 - 16y^2$  的是 ( )
  - $(x+2y)(x-8y)$
  - $(x+y)(x-16y)$
  - $(-4y+x)(4y+x)$
  - $(-x-4y)(x+y)$
- 计算:
  - $(2a+3b)(2a-3b)$ ;

$$(2) \left( \frac{1}{2}x - 2y \right) \left( -2y - \frac{1}{2}x \right);$$

$$(3) (a^m - b^n)(a^m + b^n).$$



### 巩固应用

- $99 \times 101 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $x-y=2$ ,  $x^2-y^2=10$ , 则  $3x-y = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $2009^2 - 2008 \times 2010$  的计算结果是 ( )
  - 1
  - 1
  - 2
  - 2
- $a^4 + (1-a)(1+a)(1+a^2)$  的计算结果是 ( )
  - 1
  - 1
  - $2a^4 - 1$
  - $1 - 2a^4$
- 如果  $a^2 - b^2 = 20$ , 且  $a+b=5$ , 则  $a-b$  的值等于 ( )
  - 5
  - 4
  - 4
  - 5
- 若  $\sqrt{x+y-3} + (x-y+5)^2 = 0$ , 则  $x^2 - y^2$  的值是 ( )
  - 8
  - 15
  - 8
  - 15
- 计算:
  - $(a+3)(a-3)(a^2+9)$ ;



$$(2)a(a-5)-(a+6)(a-6);$$

$$(3)x^2(x+y)(x-y)+x^2y^2.$$

8. 利用平方差公式计算:

$$(1)119 \times 121;$$

$$(2)2018^2 - 2019 \times 2017.$$

9. 原有长方形绿地一块,现进行如下改造,将长减少 2 m,将宽增加 2 m,改造后得到一块正方形绿地,它的面积是原绿地面积的 2 倍,求改造后正方形绿地的面积.



### 拓展提升

1. 已知  $2a^2 + 3a - 6 = 0$ , 求  $3a(2a+1) - (2a+1)(2a-1)$  的值.

2. 试说明:对于任意的整数  $n$ ,代数式  $(n+3)(n-3) - (n+2)(n-2)$  的值能被 5 整除.

3. 已知  $x \neq 1$ ,  $(1+x)(1-x) = 1-x^2$ ,  $(1-x) \cdot (1+x+x^2) = 1-x^3$ ,  $(1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1-x^4$ .

(1)根据以上式子计算:

$$\textcircled{1} (1-2) \times (1+2+2^2+2^3+2^4+2^5) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} 2+2^2+2^3+\cdots+2^n = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \text{ 为正整数});$$

$$\textcircled{3} (x-1)(x^{99}+x^{98}+x^{97}+\cdots+x^2+x+1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)通过以上计算,请你进行下面的探索:

$$\textcircled{1} (a-b)(a+b) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} (a-b)(a^2+ab+b^2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{3} (a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

## 14.2.2 完全平方公式(1)



### 基础训练

- $(1+x)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $(3a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 运算结果为  $1-6x+9x^2$  的是 ( )  
 A.  $(-1+3x)^2$       B.  $(1+3x)^2$   
 C.  $(-1-3x)^2$       D.  $-(1+3x)^2$
- 如果  $x^2+ax+1$  是另一个多项式的平方, 那么  $a$  的值是 ( )  
 A. 2                      B. -2  
 C.  $\pm 2$                   D.  $\pm 1$
- 计算  $(-a+2b)^2$  的结果是 ( )  
 A.  $-a^2+4ab+b^2$     B.  $a^2-4ab+4b^2$   
 C.  $-a^2-4ab+b^2$     D.  $a^2-ab+2b^2$
- 运用完全平方公式计算:

(1)  $(m+2n)^2$ ;

(2)  $(-4x-y)^2$ ;

(3)  $(2x-3y)(3y-2x)$ ;

(4)  $(m+2)^2 - m^2$ ;

(5)  $198^2$ .

8. 先化简, 再求值:

$(x+y)^2 - (x+y)(x-y)$ , 其中  $x=1, y=2$ .



### 巩固应用

- $(a+b)^2 - (a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知  $a^2+b^2=2, ab=-1$ , 则  $(a-b)^2$  的值是       .
- 化简代数式  $(x+y)^2(x-y)^2$  的值为 ( )  
 A.  $x^4-y^4$               B.  $x^4-2x^2y^2+y^4$   
 C.  $x^2-2xy+y^2$         D.  $x^4+y^4$
- 计算  $(a+b)(-a-b)$  的结果是 ( )  
 A.  $-a^2-2ab-b^2$     B.  $-a^2-b^2$   
 C.  $a^2-b^2$               D.  $a^2+2ab+b^2$
- 如果  $x^2+mx+4$  是一个完全平方式, 那么  $m$  的值是 ( )  
 A. 4      B. -4      C.  $\pm 4$       D.  $\pm 8$
- 将正方形的边长由  $a$  cm 增加 6 cm, 则正方形的面积增加了 ( )  
 A.  $36 \text{ cm}^2$               B.  $12a \text{ m}^2$   
 C.  $(36+12a) \text{ cm}^2$     D. 以上都不对

7.  $(x+y)^2 - M = (x-y)^2$ , 则  $M$  为 ( )

- A.  $2xy$                       B.  $\pm 2xy$   
C.  $4xy$                         D.  $\pm 4xy$

8. 已知  $a + \frac{1}{a} = 3$ , 则  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  的值是 ( )

- A. 9                      B. 7                      C. 11                      D. 5

9. 计算:

(1)  $(2a-3)(a+1) - 2(1-a)^2$ ;

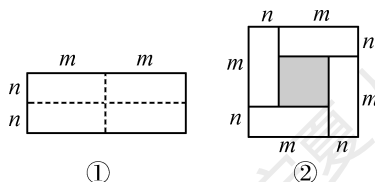
(2)  $(a+2b)(a-2b)(a^2-4b^2)$ .



### 拓展提升

1. 已知  $a+b=7$ ,  $ab=12$ , 求  $a^2+b^2$  和  $(a-b)^2$  的值.

2. 图①是一个长为  $2m$ 、宽为  $2n$  的长方形, 沿图中虚线用剪刀均分成四个小长方形, 然后按图②的形状拼成一个正方形.



(1) 你认为图②中阴影部分的正方形的边长等于多少?

(2) 请用两种不同的方法求图②中阴影部分面积:

方法一: \_\_\_\_\_;

方法二: \_\_\_\_\_.

(3) 观察图②, 你能写出下列三个代数式之间的等量关系吗?

代数式:  $(m+n)^2$ ,  $(m-n)^2$ ,  $4mn$ .

(4) 根据(3)题中的等量关系, 解决如下问题:

若  $a+b=7$ ,  $ab=5$ , 求  $(a-b)^2$  的值.

3. 阅读理解: 求代数式  $x^2 + 4x + 8$  的最小值.

解:  $\because x^2 + 4x + 8 = (x^2 + 4x + 4) + 4 = (x+2)^2 + 4 \geq 4$ ,

$\therefore$  当  $x = -2$  时, 代数式  $x^2 + 4x + 8$  的最小值是 4. 仿照应用求值:

(1) 求代数式  $m^2 + 2m + 3$  的最小值;

(2) 求代数式  $-m^2 + 3m + \frac{3}{4}$  的最大值.

## 14.2.2 完全平方公式(2)



### 基础训练

1. 在括号中填上适当的项.

$$(1) a+b+c+d = -(\quad)$$

$$= a - (\quad) = a + b - (\quad);$$

$$(2) (a+b+c)(a-b-c) = [a+(\quad)]$$

$$[a-(\quad)] = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) 4a^2 + 4a + 3 = (2a+1)^2 + \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 判断下列运算是否正确.

$$(1) 2a - b - \frac{c}{2} = 2a - \left(b - \frac{c}{2}\right) \quad (\quad)$$

$$(2) m - 3n + 2a - b = m + (3n + 2a - b) \quad (\quad)$$

$$(3) 2x - 3y + 2 = -(2x + 3y - 2) \quad (\quad)$$

$$(4) a - 2b - 4c + 5 = (a - 2b) - (4c + 5) \quad (\quad)$$

3. 在  $a - (2b - 3c) = -(\quad)$  中的括号内应填的代数式为  $(\quad)$

$$A. -a - 2b + 3c \quad B. a - 2b + 3c$$

$$C. -a + 2b - 3c \quad D. a + 2b - 3c$$

4. 已知  $x+y=2$ ,  $x+y+3=\underline{\hspace{2cm}}$ ,  
 $5-x-y=\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 若  $(x+a)^2 = x^2 + kx + 4$  则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  
 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

6.  $(x+y-z)(x-y+z).$

$$A. 4a^2 + b^2 + 9 \quad B. 4a^2 - 4ab + b^2 - 9$$

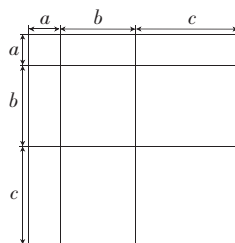
$$C. 4a^2 - 6a + 9 - b^2 \quad D. 9 - 6b + b^2 - 4a^2$$

3. 如果  $4a^2 - N \cdot ab + 81b^2$  是一个完全平方式, 则  $N$  等于  $(\quad)$

$$A. 18 \quad B. \pm 18$$

$$C. \pm 36 \quad D. \pm 64$$

4. 如图, 利用图形的面积关系可计算  $(a+b+c)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$



5. 已知  $(x+y)^2 = 9$ ,  $(x-y)^2 = 5$ , 则  $xy$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ,  $x^2 + y^2$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

6.  $(3x - 2y + 2)^2.$

7. 计算:  $(x - 2y + 3z)(x - 2y - 3z).$



### 拓展提升

1. 已知  $a, b$  满足  $(2a + 2b + 3)(2a + 2b - 3) = 55$ , 求  $a + b$  的值.



### 巩固应用

1. 若  $(2a + 3b)^2 = (2a - 3b)^2 + (\quad)$  成立, 则括号内的式子是  $(\quad)$

$$A. 6ab \quad B. 24ab \quad C. 12ab \quad D. 18ab$$

2. 计算  $(2a - b + 3)(3 - b - 2a)$  的结果是  $(\quad)$

## 14.3.1 提公因式法



### 基础训练

1. 下列多项式中,能用提公因式法分解因式的是 ( )

A.  $x^2 - y$

B.  $x^2 + 2x$

C.  $x^2 + y^2$

D.  $x^2 - xy + y^2$

2. 下列各式从左到右的变形中,是因式分解的是 ( )

A.  $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

B.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

C.  $a^2 - 4a - 5 = a(a-4) - 5$

D.  $m^2 - 2m - 3 = m\left(m - 2 - \frac{3}{m}\right)$

3. 下列变形:①  $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$ ; ②  $9a^2 - 12a + 4 = (3a-2)^2$ ; ③  $3abc^3 = 3c \cdot abc^2$ ; ④  $3a^2 - 6a = 3a(a-2)$ 中,是因式分解的有\_\_\_\_\_.(填序号)

4. 若  $a+b=6$ ,  $ab=3$ ,则  $3a^2b + 3ab^2$  的值是 ( )

A. 9

B. 27

C. 19

D. 54

5. 已知边长为  $a, b$  的长方形的周长为 10,面积为 4,则  $ab^2 + a^2b$  的值为 ( )

A. 10

B. 20

C. 40

D. 80

6. 分解因式:

(1)  $b^2 - 2b =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $x^3y - 2x^2y^2 + xy =$  \_\_\_\_\_.

7. 用提公因式法将下列各式因式分解:

(1)  $ax - ay$ ;

(2)  $6xyz - 3xz^2$ ;

(3)  $-5x^3z + 20x^4y$ ;

(4)  $36aby - 12abx + 6ab$ .



### 巩固应用

1.  $a(x-y) - b(y-x) + c(x-y) =$  \_\_\_\_\_.

2. 如果  $2x+y=4$ ,  $xy=3$ ,那么  $2x^2y + xy^2$  的值为\_\_\_\_\_.

3. 已知  $x-2y=-5$ ,  $xy=-2$ ,则  $2x^2y - 4xy^2 =$ \_\_\_\_\_.

4. 多项式  $b^{2n} - b^n$  提取公因式  $b^n$  后,另一个因式是\_\_\_\_\_.

5. 多项式  $-ab(a-b)^2 + a(b-a)^2 - ac(a-b)^2$  分解因式时,提取的公因式应是\_\_\_\_\_.

6. 若  $\frac{1}{2}a^2b + M = \frac{1}{2}ab(N+2b)$ ,则  $M =$  \_\_\_\_\_,  $N =$  \_\_\_\_\_.

7. 下列多项式的分解因式,正确的是 ( )

A.  $8abx - 12a^2x^2 = 4abx(2 - 3ax)$

B.  $-6x^3 + 6x^2 - 12x = -6x(x^2 - x + 2)$

C.  $4x^2 - 6xy + 2x = 2x(2x - 3y)$

D.  $-3a^2y + 9ay - 6y = -3y(a^2 + 3a - 2)$

8. 把多项式  $2ax + 14abx - 8ab^2x$  提取公因式后, 另一个因式为 ( )

A.  $1 + 7b + 4b^2$

B.  $1 - 7b + 4b^2$

C.  $1 + 7b - 4b^2$

D. 以上都不对

9. 若  $(x + y)^2 - xy(x + y) = (x + y) \cdot A$ , 则  $A$  为 ( )

A.  $x^2 + y^2$

B.  $x - xy + y$

C.  $x^2 - 3xy + y^2$

D.  $x^2 + xy + y^2$

10. 用提公因式法将下列各式因式分解:

(1)  $2a(m - n) - 4b(n - m)$ ;

(2)  $10b(x - y)^2 - 5a(y - x)^2$ ;

(3)  $(2a + b)(2a - 3b) + (2a + 5b)(2a + b)$ .



### 拓展提升

1. 将  $x(x + y)(x - y) - x(x + y)^2$  进行因式分解, 并求当  $x + y = 1, xy = -\frac{1}{2}$  时此式的值.

2. 在物理电学中, 求串联电路的总电压时, 有公式  $U = IR_1 + IR_2 + IR_3$ , 当  $R_1 = 19.7, R_2 = 32.4, R_3 = 35.9, I = 2.5$  时, 求电压  $U$  的值.

3. 不解方程组  $\begin{cases} 2x - y = 12, \\ x + 2y = 11, \end{cases}$  求  $(2x - y)^3 - (2x - y)^2(x - 3y)$  的值.

## 14.3.2 公式法(1)



### 基础训练

#### 1. 分解因式:

(1)  $x^2 - 1 =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $a^2 - 25 =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $3x^2 - 3 =$  \_\_\_\_\_;

(4)  $4x^2 - 9y^2 =$  \_\_\_\_\_;

(5)  $x^3y^2 - 4x =$  \_\_\_\_\_.

#### 2. $a^4 - b^4$ 除以 $a^2 - b^2$ 的商为 ( )

A.  $a^2 - b^2$

B.  $(a - b)^2$

C.  $a^2 + b^2$

D.  $(a + b)^2$

#### 3. 下列多项式中不能用平方差公式分解因式的是 ( )

A.  $\frac{1}{4}a^2b^2 - 1$

B.  $4 - 0.25m^2$

C.  $1 + a^2$

D.  $-a^2 + 1$

#### 4. 下列因式分解中正确的是 ( )

A.  $-4x^2 - 1 = (4x + 1)(4x - 1)$

B.  $-m^2 + 9 = (m + 3)(m - 3)$

C.  $x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$

D.  $4 - (2m - n)^2 = (2 + 2m - n)(2 - 2m + n)$

#### 5. 把多项式 $(a + b)^2 - 100$ 进行因式分解, 其结果是 ( )

A.  $(a + b - 10)^2$

B.  $(a + b + 10)^2$

C.  $(a + b - 10)(a - b + 10)$

D.  $(a + b - 10)(a + b + 10)$

#### 6. 分解因式 $xy^2 - 9x$ , 正确的结果是 ( )

A.  $x(y^2 - 9)$

B.  $x(y + 3)^2$

C.  $x(y + 3)(y - 3)$

D.  $x(y + 9)(y - 9)$

#### 7. 将下列各式因式分解:

(1)  $9x^3 - 25xy^2$ ;

(2)  $(3a - 2b)^2 - (2a + 3b)^2$ ;

(3)  $(x + y)^2 - (a + b)^2$ ;

(4)  $x^4 - 1$ ;

(5)  $(x + y)^2 - 9y^2$ ;

(6)  $(x + y + z)^2 - (x - y + z)^2$ .

#### 8. 利用因式分解计算下列各题:

(1)  $758^2 - 258^2$ ;

(2)  $\frac{10000}{252^2 - 248^2}$ .

### 巩固应用

1. 已知  $ab=2$ , 则  $(a+b)^2 - (a-b)^2$  的值为\_\_\_\_\_.
2. 若  $n$  为任意整数,  $(n+11)^2 - n^2$  的值总可以被  $k$  整除, 则  $k$  等于\_\_\_\_\_.
3. 两个连续奇数的平方差是 ( )  
A. 16 的倍数                      B. 12 的倍数  
C. 8 的倍数                        D. 6 的倍数
4. 已知  $|a-b-3| + (a+b-2)^2 = 0$ , 求  $a^2 - b^2$  的值.

### 5. 用适当的方法分解因式:

(1)  $a^4 - 9a^2b^2$ ;

(2)  $3(m+n)^2 - 27n^2$ .

### 拓展提升

1. 解方程:  $(5x+6)^2 - (5x-6)^2 = 360$ .

### 2. 探索活动:

(1) 如图(1), 可以求出阴影部分的面积是\_\_\_\_\_ (写成两个平方差的形式);

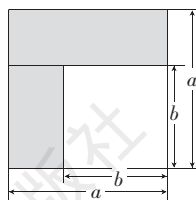
(2) 如图(2), 若将图(1)中阴影部分裁剪下来, 重新拼成一个长方形, 面积是\_\_\_\_\_ (写成多项式乘法的形式);

(3) 比较图(1)、图(2)阴影部分的面积, 可以得到公式\_\_\_\_\_

知识应用: 运用你得到的公式解决以下问题:

① 计算:  $(a+b-2c)(a+b+2c)$ ;

② 若  $4x^2 - 9y^2 = 10$ ,  $4x + 6y = 4$ , 求  $2x - 3y$  的值.



图(1)



图(2)



## 14.3.2 公式法(2)



### 基础训练

1. 下列变形是否正确? 为什么?

(1)  $x^2 - 3y^2 = (x + 3y)(x - 3y)$  ( )

(2)  $4x^2 - 6xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$  ( )

(3)  $x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2$  ( )

2. 分解因式:  $a^3 + 2a^2 + a =$  \_\_\_\_\_.

3. 分解因式:  $x^2y - 4xy + 4y =$  \_\_\_\_\_.

4. 若  $x = 3.2$ ,  $y = 6.8$ , 则  $x^2 + 2xy + y^2 =$  \_\_\_\_\_.

5. 填空:

(1)  $4x^2 - 6x +$  \_\_\_\_\_  $= (\text{_____})^2$ ;

(2) \_\_\_\_\_  $+ a + 1 = (\text{_____})^2$ .

6. 把多项式  $4 - 4(a - b) + (a - b)^2$  分解因式的结果是\_\_\_\_\_.

7. 已知  $x - y = 1$ ,  $xy = 2$ , 则  $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3 =$  \_\_\_\_\_.

8. 下列多项式:

①  $x^2 + 2xy - y^2$ ; ②  $-x^2 - y^2 + 2xy$ ; ③  $x^2 + xy + y^2$ ; ④  $1 + x + \frac{1}{4}x^2$ , 其中能用完全

平方公式分解因式的有 ( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 下列各式分解因式正确的是 ( )

A.  $1 + 4x^2 = (1 + 2x)^2$

B.  $6a - 9 - a^2 = -(a - 3)^2$

C.  $1 + 4m - 4m^2 = (1 - 2m)^2$

D.  $x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2$

10. 若多项式  $a^2 - ma + 16$  能用完全平方公式分解因式, 则  $m$  的值是 ( )

A. -8 B. 8  
C.  $\pm 4$  D.  $\pm 8$

11. 将下列各式分解因式:

(1)  $m^2 - 6m + 9$ ;

(2)  $-3x + 6x^2 - 3x^3$ ;

(3)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$ ;

(4)  $(m - n)^2 + 10(m - n) + 25$ .



### 巩固应用

1. 已知  $a^2 + 14a + 49 = 25$ , 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

2. 已知  $a - b = 3$ , 则  $a(a - 2b) + b^2$  的值为\_\_\_\_\_.

3. 若  $m + n = 2$ , 则  $5m^2 + 5n^2 + 10mn$  的值是\_\_\_\_\_.

4. 若  $9a^2 + ka + \frac{1}{4}$  是完全平方式, 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

5. 已知  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$ , 那么  $x^y =$ \_\_\_\_\_.

6. 若  $m + n = 3$ , 则  $2m^2 + 4mn + 2n^2 - 6$  的值为\_\_\_\_\_.

A. 12 B. 6 C. 3 D. 0

7. 利用因式分解计算:

$$99^2 + 198 + 1.$$



拓展提升

1. 因式分解:

$$(1) 4a^2 - 4a(b+c) + (b+c)^2;$$

$$(2) 4x^3y + 4x^2y^2 + xy^3.$$

2. 已知  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边长, 且满足  $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2b^2$ , 试判断  $\triangle ABC$  的形状, 并说明理由.

## 14.3 整理复习



基础训练

1. 下列各式从左到右的变形错误的是 ( )

- A.  $(y-x)^2 = (x-y)^2$   
B.  $-a-b = -(a+b)$   
C.  $(a-b)^3 = -(b-a)^3$   
D.  $-m+n = -(m+n)$

2. 下列从左到右的变形, 是分解因式的为 ( )

- A.  $x^2 - x = x(x-1)$   
B.  $a(a-b) = a^2 - ab$   
C.  $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$   
D.  $x^2 - 2x + 1 = x(x-2) + 1$

3. 下列多项式中能用平方差公式分解因式的是 ( )

- A.  $a^2 + (-b)^2$       B.  $5m^2 - 20mn$

- C.  $-x^2 - y^2$       D.  $-x^2 + 9$

4. 如果  $9x^2 + kx + 25$  是一个完全平方式, 那么  $k$  的值是 ( )

- A. 15      B.  $\pm 5$   
C. 30      D.  $\pm 30$

5. 下列因式分解不正确的是 ( )

- A.  $m^2 - 16 = (m-4)(m+4)$   
B.  $m^2 + 4m = m(m+4)$   
C.  $m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2$   
D.  $m^2 + 3m + 9 = (m+3)^2$

6.  $2x^3y^2$  与  $12x^6y$  的公因式是 \_\_\_\_\_.

7.  $x^2 + 6x + (\quad) = (x+3)^2$ ,  $x^2 + (\quad) + 9 = (x-3)^2$ .

8. 在多项式  $m^2 + n^2$ ,  $-a^2 - b^2$ ,  $x^4 + 4y^2$ ,  $-4s^2 + 9t^4$  中, 可以用平方差公式分解因式的有 \_\_\_\_\_, 其结果是 \_\_\_\_\_.

9. 因式分解:

(1)  $2x^2 - 4x$ ;

(2)  $x^2y^2 - y^2$ ;

(3)  $3a^2 - 6a + 3$ ;

(4)  $x(x-y) + y(y-x)$ .



巩固应用

1. 把代数式  $mx^2 - 6mx + 9m$  因式分解, 下列结果中正确的是 ( )

- A.  $m(x+3)^2$       B.  $m(x+3)(x-3)$   
C.  $m(x-4)^2$       D.  $m(x-3)^2$

2. 若  $x^2 + mx - 15 = (x+3)(x+n)$ , 则  $m$  的值为 ( )

- A. -5      B. 5  
C. -2      D. 2

3. 因式分解  $(x-1)^2 - 9$  的结果是 ( )

- A.  $(x+8)(x+1)$   
B.  $(x+2)(x-4)$   
C.  $(x-2)(x+4)$   
D.  $(x-10)(x+8)$

4. (1)  $(x^2+4)^2 - 16x^2 =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $x^2 - 4(x-1) =$  \_\_\_\_\_.

5. 若  $x^2 + 4x - 4$  的值为 0, 则  $3x^2 + 12x - 5$  的值是\_\_\_\_\_.

6. 若  $x^2 - ax - 15 = (x+1)(x-15)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $x-y=1$ ,  $xy=2$ , 求  $x^3y - 2x^2y^2 +$

$xy^3$  的值.

8. 若  $x, y$  互为相反数, 且  $(x+2)^2 - (y+1)^2 = 4$ , 求  $x, y$  的值.



拓展提升

1. 试说明: 对于任意自然数  $n$ ,  $(n+7)^2 - (n-5)^2$  都能被 24 整除.

2. 观察规律并填空:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4};$$

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{2} \times$$

$$\frac{4}{3} = \frac{2}{3};$$

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}$$

$$\times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8};$$

...

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$= \text{_____}.$$

(用含  $n$  的式子表示,  $n$  是正整数, 且  $n \geq 2$ )

## 第 14 章 章末复习



### 基础训练

1. 下列判断中正确的是 ( )

A.  $3a^2bc$  与  $-bca^2$  不是同类项

B.  $\frac{m^2n}{5}$  不是整式

C. 单项式  $-x^3y^2$  的系数是  $-1$

D.  $3x^2 - y + 5xy^2$  是二次三项式

2. 下列计算正确的是 ( )

A.  $2a^5 + a^5 = 3a^{10}$  B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$

C.  $(a^2)^3 = a^5$  D.  $a^{10} \div a^2 = a^8$

3. 下列计算正确的是 ( )

A.  $(m+n)^2 = m^2 + n^2$

B.  $(2a-b)^2 = 4a^2 - 2ab + b^2$

C.  $(4x+1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$

D.  $(x-3)^2 = x^2 - 9$

4. 计算  $\left[-\frac{1}{2}x\right] \cdot (-2x^2) \cdot (-4x^4)$  的结果是

( )

A.  $-4x^6$

B.  $-4x^7$

C.  $4x^6$

D.  $4x^7$

5. 下列从左到右的变形, 是分解因式的为

( )

A.  $x^2 - x + 3 = x(x-1)$

B.  $a(a+b) = a^2 + ab$

C.  $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

D.  $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

6. 单项式  $-\frac{1}{3}x^{a+2b}y^{a-b}$  与  $3x^4y$  是同类项, 则  $2a+b$  值为\_\_\_\_\_.

7. 若代数式  $2a^2 + 3a + 1$  的值是 6, 则代数式  $6a^2 + 9a + 5$  的值为\_\_\_\_\_.

8.  $(1)9^{n+1} \div$  \_\_\_\_\_  $= 3^n$ ;

(2)  $\left(-2\frac{1}{2}\right)^{2007} \times 0.4^{2008} =$ \_\_\_\_\_.

9. 用完全平方公式填空:  $4 - 12(x-y) + 9(x-y)^2 =$ \_\_\_\_\_.

10. 计算:

(1)  $(a+1)(a^2 - 2a + 3)$ ;

(2)  $(a-1)^2 - a(a-1)$ .

11. 因式分解:

(1)  $xy^2 - 4x$ ;

(2)  $25m^2 - 10mn + n^2$ .



### 巩固应用

1. 把多项式  $(1+x)(1-x) - (x-1)$  提取公因式  $(x-1)$ , 余下的部分是 ( )

A.  $(x+1)$

B.  $-(x+1)$

C.  $x$

D.  $-(x+2)$

2. 若  $3^x = 15$ ,  $3^y = 5$ , 则  $3^{x-y}$  等于 ( )

A. 5

B. 3

C. 15

D. 10

3. 若  $a-b=8, a^2+b^2=82$ , 则  $3ab$  的值为 ( )

A. 9      B. -9      C. 27      D. -27

4. 对于任何整数, 多项式  $(n+7)^2-(n-3)^2$  的值都能 ( )

A. 被  $2n+4$  整除  
B. 被  $n+2$  整除  
C. 被 20 整除  
D. 被 10 整除和被  $2n+4$  整除

5.  $(x^2+px+8)(x^2-3x+q)$  乘积中不含  $x^2$  项和  $x^3$  项, 则  $p, q$  的值为 ( )

A.  $p=0, q=0$       B.  $p=3, q=1$   
C.  $p=-3, -9$       D.  $p=-3, q=1$

6. 人们以分贝为单位来表示声音的强弱, 通常说话的声音是 50 分贝, 它表示声音的强度是  $10^5$ ; 摩托车发出的声音是 110 分贝, 它表示声音的强度是  $10^{11}$ , 那么摩托车的声音强度是说话声音强度的 \_\_\_\_\_ 倍.

7. 正方形面积为  $121x^2+22xy+y^2 (x>0, y>0)$ , 则这个正方形的周长是 \_\_\_\_\_.

8. 若多项式  $x^2+ax+b$  分解因式的结果为  $(x+1)(x-2)$ , 则  $a+b$  的值为 \_\_\_\_\_.

9. 观察下列等式:

$(1+2)^2-4 \times 1=1^2+4, (2+2)^2-4 \times 2=2^2+4, (3+2)^2-4 \times 3=3^2+4, (4+2)^2-4 \times 4=4^2+4 \cdots$  则第  $n$  个等式是 \_\_\_\_\_.

10. 先化简, 再求值  $(3a+2b)(2a-3b)-(a-2b)(2a-b)$ , 其中  $a=-1.5, b=\frac{1}{4}$ .

### 拓展提升

1. 多项式的乘法法则知: 若  $(x+a)(x+b)=x^2+px+q$ , 则  $p=a+b, q=a \cdot b$ ; 反过来  $x^2+px+q=(x+a)(x+b)$ . 要将多项式  $x^2+px+q$  进行分解, 关键是找到两个数  $a, b$ , 使  $a+b=p, a \cdot b=q$ , 如对多项式  $x^2-3x+2$ , 有  $p=-3, q=2. a=-1, b=-2$ , 此时  $(-1)+(-2)=-3, (-1)(-2)=2$ , 所以  $x^2-3x+2$  可分解为  $(x-1)(x-2)$ , 即  $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ .

(1) 根据以上分析填写下表:

多项式	$p$	$q$	$a$	$b$	分解结果
$x^2+9x+20$					
$x^2-9x+20$					
$x^2+x-20$					
$x^2-x-20$					

(2) 根据填表, 还可得出如下结论:

当  $q$  是正数时, 应分解成两个因数  $a, b$  \_\_\_\_\_ 号,  $a, b$  的符号与 \_\_\_\_\_ 相同;  
当  $q$  是负数时, 应分解成的两个因数  $a, b$  \_\_\_\_\_ 号,  $a, b$  中绝对值较大的因数的符号与 \_\_\_\_\_ 相同.

(3) 分解因式.

$x^2-x-12=$  \_\_\_\_\_;  $x^2-7x+6=$  \_\_\_\_\_.

# 第十五章

## 分 式



### 目标导引

1. 正确了解分式、有理式、最简分式、最简公分母等概念,掌握分式的基本性质,并能熟练地进行通分和约分.

2. 掌握分式的加、减、乘、除、乘方、开方的运算法则,熟练进行分式运算,进一步提高运算能力.

3. 了解零指数和负整数指数幂的意义,了解正整数指数幂的运算性质可以推广到整数指数幂的运算.会用科学记数法表示一个数.

4. 正确了解分式方程的概念,掌握可化为一元一次方程的分式方程的解法,了解解分式方程时有可能产生增根,并掌握验根的方法,能熟练地解分式方程.

5. 通过学习列分式方程解应用题,进一

步掌握列方程的方法,从而进一步提高分析问题和解决问题的能力.

6. 初步理解和学会用类比和转化的数学方法解决某些类型的数学问题.



### 学法指导

1. 根据“数式相通”,利用类比的方法,让学生了解分式的概念,掌握分式有意义的条件及分式的基本性质,分式的乘除法则.

2. 通过生活中的实际问题,重视分式与实际的联系,让学生体会分式的模型的建立过程,发展学生有条理的思考及代数表达能力.

3. 通过对生活中的实际问题的探讨,让学生体会分式方程的模型思想,从而会解分式方程,会应用分式方程解决生活中的实际问题.

## 15.1.1 从分数到分式



### 基础训练

1. 下列各式属于分式的是 ( )

A.  $\frac{x+1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}x^2+y$

C.  $\frac{1}{x}$                           D.  $\frac{a}{2}$

2. 下列说法正确的是 ( )

A. 形如  $\frac{a}{b}$  的式子叫分式

B. 分母不等于零的分式有意义

C. 若一个分式的值等于零,则这个分式无意义

D. 分子等于零的分式有意义

3. 若代数式  $\frac{2}{x-3}$  有意义,则实数  $x$  的取值范围是 ( )

A.  $x=0$                       B.  $x=3$   
C.  $x \neq 0$                       D.  $x \neq 3$

4. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0,则 ( )

A.  $x=1$                       B.  $x=-1$   
C.  $x=\pm 1$                       D.  $x \neq 1$

5.  $a=-1$  时,分式  $\frac{a+1}{a^2-1}$  ( )

A. 等于 0                      B. 等于 1  
C. 等于 -1                      D. 没有意义

6. 已知当  $x=-2$  时,分式  $\frac{x-b}{x+a}$  无意义;当  $x=4$  时,分式的值为 0,则  $a+b=$  \_\_\_\_\_.

7. 甲种水果每千克价格  $a$  元,乙种水果每千克价格  $b$  元,取甲种水果  $m$  千克,乙种水果  $n$  千克,混合后,平均每千克价格是 \_\_\_\_\_ 元.

8. 已知分式  $\frac{x+1}{2x-3}$ ,当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时,分式无意义.

9. 已知分式  $\frac{x+3}{2x-7}$ ,当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时,分式的值为零.

10. 列式表示下列各量:

(1) 王老师骑自行车用了  $m$  小时到达离家  $n$  千米的学校,则王老师的平均速度是 \_\_\_\_\_ 千米/时;若王老师乘公共汽车则可少用 0.2 小时,则公共汽车的平均速度是 \_\_\_\_\_ 千米/时;

(2) 某班在一次考试中,有  $m$  人得 90 分,有  $n$  人得 80 分,那么这两部分人合在一起的平均分是 \_\_\_\_\_ 分.

11. 当  $x$  取何值时分式  $\frac{x-3}{2x-4}$ :

(1) 值为 0;

(2) 值为 1.



### 巩固应用

1. 当  $x$  为任何实数时,下列分式一定有意义的是 ( )

A.  $\frac{x^2+1}{x^2}$                       B.  $\frac{x^2}{x^2+1}$

C.  $\frac{x^2+1}{x-1}$                       D.  $\frac{x-1}{x+1}$

2. 使分式  $\frac{2-x}{x+2}$  无意义的  $x$  满足的条件是 ( )

A.  $x=2$                       B.  $x=-2$   
C.  $x \neq 2$                       D.  $x \neq -2$

3. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0,则  $x$  的值为 ( )

A. 0                              B. 1  
C. -1                              D.  $\pm 1$

4. 如果分式  $\frac{2}{3-4x}$  的值为正数, 那么  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x < 0$                       B.  $x < \frac{3}{4}$   
C.  $x \neq \frac{3}{4}$                       D.  $x > 0$

5. 已知  $x=2$  时, 分式  $\frac{x+a}{2x-b}$  的值为 0, 当  $x=1$  时, 分式无意义, 则  $a-b=$  \_\_\_\_\_.

6. 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{2x-5}{3+x}$  的值为零.

7. 当 \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{3}{2x-5} - \frac{1}{x+2}$  有意义.

8. 当  $m=$  \_\_\_\_\_ 时,  $\frac{m}{m-1}$  的值为 0. 若  $\frac{m-2}{m+3}$  的值为 0, 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

9. 用分式表示: (1) 面积为 1200 平方厘米的长方形纸片的长为  $x$  厘米, 其宽为 \_\_\_\_\_ 厘米, 若长增加 1 厘米, 面积不变, 这时的宽为 \_\_\_\_\_ 厘米, 宽比原来减少的长度为 \_\_\_\_\_ 厘米;

(2) 一项工程, 甲队单独干需  $x$  天完成, 乙队单独干需  $y$  天完成, 现在先由甲队干  $m$  天, 然后乙队再加入, 合干  $n$  天后, 完成的工作量是 \_\_\_\_\_.

10. 当  $x$  为何值时, 分式  $\frac{x-1}{2-3x}$ :

(1) 有意义; (2) 值为 0; (3) 无意义.

### 拓展提升

1. 若分式  $\frac{ab}{a^2+b^2}$  有意义, 则下列说法正确的有 ( )

- ①  $a$  一定不为 0  
②  $b$  一定不为 0  
③  $a+b$  一定不为 0  
④  $a, b$  不同时为 0

A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

2. (1) 分式  $\frac{1}{x+2}$  的值可能为零吗? 为什么?

(2) 当  $x$  为何值时, 分式  $\frac{x-2}{x+2}$  的值为零?

(3) 当  $x=2$  时, 分式  $\frac{x^2-4}{x-2}$  的值为零吗? 为什么?

3. 若分式  $\frac{4x-8}{x^2-4}$  的值为整数, 求整数  $x$  的值.



## 15.1.2 分式的基本性质(1)



### 基础训练

1. 利用分式的基本性质填空:

$$(1) \frac{1}{ab} = \frac{(\quad)}{2ab^2};$$

$$(2) \frac{x^2+2x}{x^2} = \frac{x+2}{(\quad)};$$

$$(3) \frac{y}{3x} = \frac{(\quad)}{3x^2y};$$

$$(4) \frac{x}{x+y} = \frac{x \cdot (\quad)}{(x+y) \cdot (\quad)} = \frac{xy+x^2}{(\quad)};$$

$$(5) \frac{7xy}{5x^2y} = \frac{7}{(\quad)};$$

$$(6) \frac{1}{a-b} = \frac{(\quad)}{(a-b) \cdot (\quad)} = \frac{a+b}{(\quad)}.$$

2. 把分式  $\frac{x+y}{xy}$  中  $x$  和  $y$  同时扩大 2 倍, 那么分式的值\_\_\_\_\_.

3. 不改变分式的值, 使分式的分子与分母都不含负号:

$$(1) -\frac{5x}{2y} = \underline{\hspace{2cm}}; (2) -\frac{-a}{-3b} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 使等式  $\frac{a}{a+1} = \frac{a(a-1)}{a^2-1}$  自左到右变形成立的条件是\_\_\_\_\_.

5. 已知  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ , 则  $\frac{x-y}{x+y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 下列分式变形正确的是 ( )

$$A. \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$$

$$B. \frac{a+a}{b+b} = \frac{a}{b}$$

$$C. \frac{2a+1}{4b} = \frac{a+1}{2b}$$

$$D. \frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$$

7. 下列各式正确的是 ( )

$$A. \frac{-a-b}{c+d} = \frac{a+b}{c+d}$$

$$B. \frac{-a-b}{c-d} = \frac{a+b}{-c-d}$$

$$C. \frac{-a-b}{c-d} = \frac{-a-b}{c+d}$$

$$D. \frac{-x^2+y^2}{-x-y} = x-y$$

8. 不改变分式的值, 使分式的分子、分母中的首项的系数都不含“-”号:

$$(1) \frac{-2x}{-3y}; \quad (2) -\frac{-3m}{2n}.$$

9. 不改变分式的值, 把  $\frac{0.1x-0.5y}{x+1.5y}$  的分子与分母中各项的系数都化为整数.



### 巩固应用

1. 在分式  $\frac{a}{b+c}$  中,  $a, b, c$  都缩小到原来的一半, 则分式的值是原来的 ( )

- A. 1 倍                      B. 一半  
C. 2 倍                      D. 4 倍

2. 若  $2x = -y$ , 则分式  $\frac{xy}{x^2-y^2}$  的值为\_\_\_\_\_.

3. 使等式  $\frac{7}{x+2} = \frac{7x}{x^2+2x}$  自左到右变形成立的条件是 ( )

- A.  $x < 0$                       B.  $x > 0$   
C.  $x \neq 0$                       D.  $x \neq 0$  且  $x \neq -2$

4. 当  $\frac{2x-1}{xy} = \frac{2k}{3x^2y^3}$  时,  $k$  代表的代数式是 ( )

- A.  $3x^2y^2(2x-1)$     B.  $\frac{3}{2}xy^2(2x-1)$   
C.  $\frac{2}{3}xy^2(2x-1)$     D.  $xy^2(2x-1)$

5. 对于任意一个分式, 下列结论一定正确的是 ( )

- A. 分式的分子和分母同乘以  $|m|$ , 分式的值不变  
B. 分式的分子和分母同乘以  $m+1$ , 分式的值不变  
C. 分式的分子和分母同乘以  $|m|$ , 分式的值不变  
D. 分式的分子和分母同除以  $|m|+1$ , 分式的值不变

6. 不改变分式  $\frac{2-3x^2+x}{-5x^3+2x-3}$  的值, 使分子、分母最高次项的系数为正数, 正确的是 ( )

- A.  $\frac{3x^2+x+2}{5x^3+2x-3}$     B.  $\frac{3x^2-x+2}{5x^3+2x-3}$   
C.  $\frac{3x^2+x-2}{5x^3-2x+3}$     D.  $\frac{3x^2-x-2}{5x^3-2x+3}$

7. 不改变分式  $\frac{0.6a - \frac{5}{3}b}{0.7a - \frac{1}{5}b}$  的值, 把分子与

分母中各项的系数都化为整数.

### 拓展提升

1. 将分式  $\frac{\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b}{\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b}$  的分子、分母中各项的系

数都化为整数, 则下列正确的是 ( )

- A.  $\frac{4a+3b}{3a-2b}$                       B.  $\frac{4a+3b}{6a-4b}$   
C.  $\frac{6a-4b}{4a+3b}$                       D.  $\frac{3a+4b}{6a-3b}$

2. 不改变分式的值, 把下列各式的分子、分母中最高次项的系数都化为正整数.

(1)  $\frac{x-0.3x^2+2}{-0.5x^3-20x+30}$ ;

(2)  $\frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4}{\frac{1}{6}x - 1}$ .

3. 已知  $\frac{x}{y} = 2$ , 求  $\frac{x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + xy + 6y^2}$  的值.

## 15.1.2 分式的基本性质(2)



### 基础训练

#### 1. 填空:

(1) 分式  $-\frac{y}{4x^2}, \frac{x^2}{3y^3}, \frac{2}{5xy}$  的最简公分母是 \_\_\_\_\_;

(2) 分式  $\frac{2}{3a}, \frac{a+1}{-2a^2}, \frac{2a-1}{4a^3}$  的最简公分母是 \_\_\_\_\_;

(3) 分式  $\frac{x-2}{(x-1)^2}, \frac{2x-3}{(1-x)^3}, \frac{1}{x-1}$  的最简公分母是 \_\_\_\_\_.

#### 2. 下列各分式中,与分式 $\frac{-a}{a-b}$ 的值相等的是

( )

A.  $\frac{a}{-a-b}$

B.  $\frac{a}{a+b}$

C.  $\frac{a}{b-a}$

D.  $-\frac{a}{b-a}$

#### 3. 化简 $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab}$ 的结果是

( )

A.  $\frac{a-b}{2a}$

B.  $\frac{a-b}{a}$

C.  $\frac{a+b}{a}$

D.  $\frac{a-b}{a+b}$

#### 4. 下列分式中: $\frac{12b^2c}{4a}, \frac{5(x+y)^2}{y+x}, \frac{a^2+b^2}{3(a+b)},$

$\frac{4a^2-b^2}{2a-b}, \frac{a-b}{b-a}$  最简分式的个数是 ( )

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

#### 5. 约分:

(1)  $\frac{-3ab^2}{15a^2b};$

(2)  $\frac{32a^6b^4c^2}{24a^5b^6c^3};$

(3)  $\frac{4a-4b}{8a^2-8b^2};$

(4)  $\frac{4-a^2}{-a^2+4a-4}.$

#### 6. 通分:

(1)  $\frac{x}{6ab^2}$  与  $\frac{y}{9a^2bc};$

(2)  $\frac{y}{2x}, \frac{x}{3y^2}, \frac{1}{4xy};$

(3)  $\frac{x}{9-3x}$  与  $\frac{3+x}{x^2-6x+9}.$



### 巩固应用

1. 分式  $\frac{1}{2x^3y^2z}$ 、 $\frac{1}{4x^2y^3}$ 、 $\frac{1}{6xy^4}$  的公分母是 \_\_\_\_\_.

2. 若  $\frac{(a-3)x}{(3-a)(1-x)} = \frac{x}{x-1}$  成立, 求  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

3. 等式  $\frac{a^2+2a+1}{a^2-1} = \frac{a+1}{(\quad)}$  中的未知的分母是 \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $a^2+1$                       B.  $a^2+a+1$   
C.  $a^2+2a+1$                 D.  $a-1$

4. 分式  $\frac{4y+3x}{4a}$ ,  $\frac{x^2-1}{x^4-1}$ ,  $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$ ,

$\frac{a^2+2ab}{ab-2b^2}$  中最简分式的有 \_\_\_\_\_ ( )

- A. 1 个                      B. 2 个  
C. 3 个                      D. 4 个

5. 通过约分, 把下列各式化为最简分式:

(1)  $\frac{a^2+ab}{a^2+2ab+b^2}$ ;

(2)  $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ .

6. 已知  $x+y=2$ ,  $x-y=\frac{1}{2}$ , 求

$\frac{2x^2-2y^2}{x^2+2xy+y^2}$  的值.



### 拓展提升

1. 先化简, 再求值:

$\frac{3a^2-ab}{9a^2-6ab+b^2}$ , 其中  $a=1, b=2$ .

2. 甲工程队完成一项工程需要  $(2a-6)$  天, 乙工程队完成这项工程要比甲工程队多 8 天, 写出甲、乙两队每天完成的工作量的式子. 若两式的分母不同, 则将两个式子进行通分.

3. “!” 是一种数学运算符号,  $1! = 1, 2! = 2 \times 1, 3! = 3 \times 2 \times 1, 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , 请你计算  $\frac{(n+1)!}{n!}$ .

## 15.2.1 分式的乘除(1)



### 基础训练

1. 下列运算正确的是 ( )

A.  $2 \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{5}{2y} = \frac{5}{xy}$

B.  $5xy \div \frac{2xy^2}{5} = \frac{2}{y}$

C.  $\frac{2b^2}{5a^2} \div \frac{a}{2b} = \frac{b}{5a}$

D.  $(y-x) \cdot \frac{xy}{x-y} = -xy$

2.  $\frac{3xy^2}{4z^2} \cdot \left[-\frac{8z^3}{y}\right]$  等于 ( )

A.  $6xyz$  B.  $-\frac{3xy^2-8z^2}{4yz}$

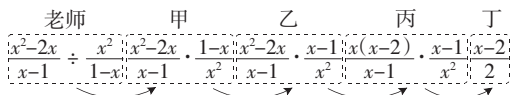
C.  $-6xyz$  D.  $6x^2yz$

3.  $\frac{ab^2}{2cd} \div \frac{-3ax}{4cd}$  等于 ( )

A.  $\frac{2b^2}{3x}$  B.  $\frac{3}{2}b^2x$

C.  $-\frac{2b^2}{3x}$  D.  $-\frac{3a^2b^2x}{8c^2d^2}$

4. 老师设计了接力游戏,用合作的方式完成分式化简,规则是:每人只能看到前一人给的式子,并进行一步计算,再将结果传递给下一人,最后完成化简,过程如图.



接力中,自己负责的一步出现错误的是 ( )

A. 只有乙 B. 甲和丁

C. 乙和丙 D. 乙和丁

5. 小林同学不小心弄污了练习本的一道题,

这道题是:计算  $\frac{x^2}{x^2-1} \div (-\frac{x}{\blacktriangle})$ . 其中“ $\blacktriangle$ ”

处被弄污了,但他知道这道题的计算结果

是  $\frac{x}{x+1}$ , 则“ $\blacktriangle$ ”处的式子为 ( )

A.  $1-x$

B.  $x-1$

C.  $x+1$

D.  $-x-1$

6. 若  $a^8b^4 = 16$ , 则  $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b^3}\right)^2$  的值为

\_\_\_\_\_.

7. 计算:

(1)  $-\frac{n}{2m} \cdot \frac{4m^2}{5n^3}$ ;

(2)  $\frac{a-2}{a+3} \div \frac{a^2-4}{a^2+6a+9}$ ;

(3)  $\frac{y^2-6y+9}{y+2} \div (3-y)$ ;

(4)  $\frac{2x+6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2+3x}$ .



### 巩固应用

1. 已知  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{m+n}$ , 则  $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$  等于 ( )

- A. 1                      B. -1  
C. 0                      D. 2

2. 计算  $(x-4) \cdot \frac{16-x^2}{x^2-8x+16}$  的结果是

- ( )  
A.  $x+4$                   B.  $-x-4$   
C.  $x-4$                   D.  $4-x$

3. 计算  $\frac{x-2}{x^2} \div \left[1 - \frac{2}{x}\right]$  的结果是 ( )

- A.  $x$                       B.  $-\frac{1}{x}$   
C.  $\frac{1}{x}$                       D.  $-\frac{x-2}{x}$

4. 计算: (1)  $(xy-x^2) \cdot \frac{xy}{x-y} =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $\frac{m-1}{m} \div \frac{m-1}{m^2} =$  \_\_\_\_\_.

5. 计算:

(1)  $\frac{x}{x^2-1} \div \frac{x^2}{x^2+x}$ ;

(2)  $\frac{x^2-4x+4}{2x-4} \cdot (x+2)$ .

6. 已知式子  $x^2 = 1$ , 求  $\frac{x^2+6x+9}{x-3}$  .

$\frac{x^2-6x+9}{x+3}$  的值.



### 拓展提升

1. 若  $m$  等于它的倒数, 则分式  $\frac{m^2+4m+4}{m^2-4}$

$\div \frac{m^2+2m}{m-2}$  的值为 \_\_\_\_\_.

2. 先化简, 再求值:

$\frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)} \div \frac{x}{2x-4}$ , 其中  $x=1$  .

3. 化简:

(1)  $\frac{a^3b+a^2b^2}{a^2+2ab+b^2} \div \frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$ ;

(2)  $\frac{x^2+2xy+y^2}{xy-y^2} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{xy+y^2}$ .

## 15.2.1 分式的乘除(2)



### 基础训练

1. 化简  $x \div \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}$  的结果是 ( )

A. 1 B.  $xy$

C.  $\frac{y}{x}$  D.  $\frac{x}{y}$

2. 计算  $3x^2y^4 \cdot \left(-\frac{3x}{4y^3}\right) \div \left(-\frac{x^2y}{2}\right)$  的结果是 ( )

A.  $-4.5x$  B.  $4.5x$

C.  $12x$  D.  $-12x$

3. 化简  $\left(-\frac{n}{m}\right) \div \frac{n}{m^2-m}$  的结果是\_\_\_\_\_.

4. 计算:

$$(1) \left(\frac{-11a^2b}{6cx^2}\right) \div \left(-\frac{121a^2y^2}{18c^2x^2}\right) \cdot \left(-\frac{2ay^5}{9b^2x^3}\right);$$

$$(2) \frac{x^2-6x+9}{(x+2)(x-3)} \div \frac{x^2-9}{(x+2)(x-5)} \cdot \frac{x+3}{2x-10};$$

$$(3) (xy-x^2) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{x^2}.$$

5. 先化简,再求值:

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^3+2x^2+x} \div \left[\frac{x-2}{x} \cdot \frac{x+4}{x+1}\right], \text{ 其中 } x = -\frac{4}{5}.$$



### 巩固应用

1. 化简  $\frac{x-y}{x+y} \div (y-x) \cdot \frac{1}{x-y}$  的结果是 ( )

A.  $\frac{1}{x^2-y^2}$

B.  $\frac{y-x}{x+y}$

C.  $\frac{1}{y^2-x^2}$

D.  $\frac{x-y}{x+y}$

2. 已知  $\frac{2a}{a^2-b^2} \div M = \frac{1}{a-b}$ , 则  $M$  等于 ( )

A.  $\frac{2a}{a+b}$

B.  $\frac{a+b}{2a}$

C.  $\frac{2a}{a-b}$

D.  $\frac{a-b}{2a}$

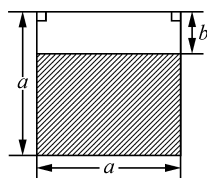
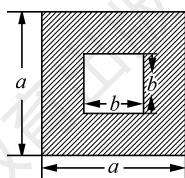
3. 在下列三个不为零的式子  $x^2-4$ ,  $x^2-2x$ ,  $x^2-4x+4$  中, 任选两个你喜欢的式子组成一个分式是\_\_\_\_\_, 把这个分式化简所得的结果是\_\_\_\_\_.

4. 若分式  $\frac{x^2-y^2}{a^2x-a^2y} \div \frac{(x+y)^2}{ax+ay}$  的值等于 5, 则  $a$  的值是多少?



### 拓展提升

1. 如图, 设  $k = \frac{\text{甲图中阴影部分面积}}{\text{乙图中阴影部分面积}}$  ( $a > b > 0$ ), 则有 (两图中  $a, b$  相同) ( )



- A.  $k > 2$                       B.  $1 < k < 2$   
C.  $\frac{1}{2} < k < 1$                 D.  $0 < k < 2$

2. 先化简, 再求值:

$$\frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \div \frac{1}{a^2-1}, \text{ 其中 } a^2-a=12.$$

3. 课堂上, 王老师给大家出了这样一道题:

当  $x = \frac{1}{2018}$  时, 求代数式  $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div$

$\frac{2x-2}{x+1}$  的值. 小明一看, 说: “太复杂了, 怎么算呢?” 你能帮小明解决这个问题吗? 请你写出具体过程.

## 15.2.1 分式的乘除(3)



### 基础训练

1. 下列等式成立的是 ( )

- A.  $\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left|\frac{b^2}{a}\right|$   
B.  $\left(\frac{-y}{2x^2}\right)^3 = -\frac{y^3}{2x^6}$   
C.  $\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$   
D.  $\left(\frac{3b^2}{2a}\right)^3 = \frac{27b^8}{8a^3}$

2. 化简  $\left(\frac{x^3y}{z}\right)^2 \cdot \frac{xz}{y} \cdot \left(\frac{yz}{x^2}\right)^3$  等于 ( )

- A.  $\frac{y^2z^3}{x^2}$                       B.  $xy^4z^2$   
C.  $xy^4z^4$                       D.  $y^5z$

3. 计算  $\left[\left(-\frac{b^2}{a}\right)^3\right]^4 =$  \_\_\_\_\_.

4. 计算:

(1)  $\left(\frac{b^3}{-a^2}\right)^4$ ;



$$(2) \left[ \frac{x+y}{(x-y)^2} \right]^3;$$

$$(3) \left( \frac{2x}{3y} \right)^2 \cdot \left( \frac{3y}{4x} \right)^3.$$

5. 计算:

$$(1) \left( \frac{x^2}{y} \right) \cdot \left( \frac{y}{x} \right) \div \left( -\frac{y}{x} \right);$$

$$(2) \frac{3b^2}{4a^3} \div \left( \frac{b}{a} \right)^3 \cdot \frac{2b}{a}.$$

### 巩固应用

1. 计算  $\left( -\frac{2a}{b} \right)^3 \times \left( \frac{2b}{a} \right)^2 \div \left( -\frac{2b}{a} \right)^3$  ( )

A.  $-\frac{a^4}{b^4}$

B.  $\frac{2a^4}{b^4}$

C.  $\frac{4a^4}{b^4}$

D.  $\frac{a^4}{2b^4}$

2. 若  $\left( \frac{a^3}{b^2} \right)^2 \div \left( \frac{a}{b^3} \right)^2 = 3$ , 则  $a^8 b^4$  等于 ( )

A. 6

B. 9

C. 12

D. 81

3. 计算  $\left( \frac{x^2}{y} \right)^2 \cdot \left( \frac{y^2}{x} \right)^3 \div \left( -\frac{y}{x} \right)^4 =$  \_\_\_\_\_.

4. 计算:

$$(1) \left( -\frac{a^3}{2b} \right)^2 \div \left( -\frac{a^2}{b} \right)^3 \cdot \left( \frac{b}{2} \right)^2;$$

$$(2) \left( \frac{x^2 - y^2}{xy} \right)^2 \div \frac{(x+y)^2}{y^2} \cdot \left( \frac{x}{x-y} \right)^3.$$



### 拓展提升

1. 先化简,再求值:

$$\left( \frac{y}{2x} \right)^3 \cdot \left( -\frac{x}{y} \right)^3 \div \frac{x}{y^4}, \text{ 其中 } x=1, y=2.$$

2. 先化简:  $\frac{x+3}{x^2-4x+4} \div \frac{x^2+3x}{(x-2)^2}$ , 然后在不等式  $x \leq 2$  的非负整数解中选择一个适当的数代入求值.

## 15.2.2 分式的加减(1)



### 基础训练

1. 下列各式计算正确的是 ( )

- A.  $\frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{b}{a+c}$     B.  $\frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{2b}{ac}$   
C.  $\frac{b}{a} - \frac{b+1}{a} = \frac{1}{a}$     D.  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a} = 0$

2. 化简  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$  等于 ( )

- A.  $\frac{1}{2x}$     B.  $\frac{3}{2x}$     C.  $\frac{11}{6x}$     D.  $\frac{5}{6x}$

3. 分式  $\frac{1}{x+3} + \frac{6}{x^2-9}$  化简为 ( )

- A.  $\frac{1}{2(x-3)}$     B.  $\frac{1}{2(x+3)}$   
C.  $\frac{1}{x-3}$     D.  $\frac{1}{x+3}$

4. 化简  $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x}$  的结果是 ( )

- A.  $x+1$     B.  $x-1$     C.  $-x$     D.  $x$

5. 计算:  $\frac{3}{x} - \left(-\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{x} =$  \_\_\_\_\_.

6. 计算:  $\frac{a}{1-a^2} - \frac{1}{a+1} =$  \_\_\_\_\_.

7. 若  $x+y=-4, xy=-12$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} =$  \_\_\_\_\_.

8. 计算:

(1)  $\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4};$

(2)  $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{2xy}{x^2-y^2};$

(3)  $\frac{x^2+3x}{x^2+2x} - \frac{x^2-4}{x^2+4x+4}.$



### 巩固应用

1. 若  $y < 0 < x$ , 则  $\frac{y+1}{x+1} - \frac{y}{x}$  的结果为 ( )

- A. 0    B. 正数  
C. 负数    D. 整数

2. 计算  $\frac{3x}{x-4y} + \frac{x+y}{4y-x} - \frac{7y}{x-4y}$  得 ( )

- A.  $-\frac{2x+6y}{x-4y}$     B.  $\frac{2x+6y}{x-4y}$   
C. -2    D. 2

3. 计算  $a-b + \frac{2b^2}{a+b}$  得 ( )

- A.  $\frac{a-b+2b^2}{a+b}$     B.  $a+b$   
C.  $\frac{a^2+b^2}{a+b}$     D.  $a-b$

4. 计算:  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} =$  \_\_\_\_\_.

5. 当分式  $\frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1}$  的值等于零时, 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

6. 计算:  $(xy-x^2) \cdot \frac{xy}{x-y} =$  \_\_\_\_\_.

7. 若  $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} = \frac{3x+1}{x^2-1}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_,  $B =$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{ab}{a-b} =$  \_\_\_\_\_.

9. 计算:

(1)  $\frac{12}{m^2-9} + \frac{2}{3-m} + \frac{2}{m+3};$

(2)  $\frac{x^2}{x-1} - x - 1.$

2. 先化简, 再求值:  $\frac{2y+x}{x^2-y^2} + \frac{y}{y^2-x^2} - \frac{2x}{x^2-y^2}$ , 其中  $x=2, y=-3$ .

3. 已知两个分式:  $A = \frac{4}{x^2-4}, B = \frac{1}{x+2} +$

$\frac{1}{2-x}$ , 其中  $x \neq \pm 2$ , 下面有三个结论:

①  $A=B$ ; ②  $A \cdot B=1$ ; ③  $A+B=0$ . 请问哪个正确? 为什么?

### 拓展提升

1. 计算  $\frac{b}{(a-b)(b-c)} + \frac{c}{(b-c)(c-a)} + \frac{a}{(c-a)(a-b)} =$  \_\_\_\_\_.

## 15.2.2 分式的加减(2)



### 基础训练

1. 化简  $x \div \left(x + \frac{x^2}{1-x}\right)$  的结果是 ( )

- A.  $x-1$                       B.  $1-x$   
C.  $\frac{2x-1}{x-1}$                       D.  $\frac{x-1}{2x-1}$

2. 计算  $\frac{a-1}{a} \div \left(a - \frac{1}{a}\right)$  的结果是 ( )

- A.  $\frac{1}{a+1}$     B. 1                      C.  $\frac{1}{a-1}$     D. -1

3. 计算  $\frac{m}{m+3} - \frac{6}{9-m^2} \div \frac{2}{m-3}$  的结果为 ( )

- A. 1                              B.  $\frac{m-3}{m+3}$   
C.  $\frac{m+3}{m-3}$                       D.  $\frac{3m}{m+3}$

4. 化简  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$  的结果是\_\_\_\_\_.

5. 化简:

(1)  $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2+2x+1}{x+2} \div \frac{x^2-1}{x-1};$

(2)  $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2y}{x^2-2xy+y^2}.$

6. 计算:  $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1-a^8}.$



### 巩固应用

1. 已知  $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = 1$ , 则  $\frac{2m-mn-2n}{m+2mn-n}$  的值为 ( )

- A. 3                              B. 1  
C. -1                              D. -3

2. 计算  $\left(-\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \frac{a}{2b^2} + \frac{1}{a}$  的结果是\_\_\_\_\_.

3.  $a, b$  互为倒数, 代数式  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b} \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$  的值为\_\_\_\_\_.

4. 化简:  $\left(\frac{a-2}{a^2+2a} - \frac{a-1}{a^2+4a+4}\right) \div \frac{a-4}{a+2}.$

5. 先化简,再求值:  $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{2}{x^2-xy}\right) \div \frac{x+2}{2x}$ ,

其中  $x, y$  满足  $y = \sqrt{x-2} - \sqrt{4-2x} + 1$ .



### 拓展提升

1. 已知两个分式:  $A = \frac{4}{x^2-4}$ ,  $B = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{2-x}$ , 其中  $x \neq \pm 2$ , 则  $A$  与  $B$  的关系是

( )

A. 相等

B. 互为倒数

C. 互为相反数

D.  $A$  大于  $B$

2. 有这样一道题,“先化简再求值:

$$\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x + 1, \text{ 其中 } x =$$

2021.”小艺同学把条件“ $x = 2021$ ”错抄成“ $x = 2012$ ”,但他的计算结果也是正确的,请通过计算说明这是怎么回事.

3. 阅读下列材料:

$$\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$$

$$\frac{1}{2003 \times 2005} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2003} - \frac{1}{2005}\right)$$

...

$$\therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2003 \times 2005} = \frac{1}{2}$$

$$\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2005}\right).$$

解答下列问题:

(1) 在和式  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$  中, 第 5

项为 \_\_\_\_\_, 第  $n$  项为 \_\_\_\_\_;

(2) 利用上述结论计算:

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \dots +$$

$$\frac{1}{(x+2004)(x+2006)}.$$

## 15.2.3 整数指数幂(1)



### 基础训练

1. 下列计算正确的是 ( )

A.  $(a^5)^2 = a^7$       B.  $2x^{-2} = \frac{1}{2x^2}$

C.  $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$       D.  $a^8 \div a^2 = a^6$

2. 若  $a^{a-3} = 1$ , 则  $a$  的值可以是 ( )

A. 1, 0      B. 1, -1

C. 1, 3      D. 1, -1, 3

3. 已知  $a \neq 0$ , 下列各式不正确的是 ( )

A.  $(-5a)^0 = 1$       B.  $(a^2 + 1)^0 = 1$

C.  $(|a| - 1)^0 = 1$       D.  $\left(\frac{1}{a}\right)^0 = 1$

4. 若  $x^{-3n} = 6$ , 则  $x^{6n} =$  \_\_\_\_\_.

5. 计算下列各式, 并把结果化为只含有正整数指数幂的形式:

(1)  $(a^{-1}b^2)^3$ ;

(2)  $(2ab^2c^{-3})^{-2} \div (a^{-2}b)^3$ .

6. 计算:

(1)  $(2m^2n^{-3})^{-3} \cdot (-mn^{-2})^2 \cdot (m^2n)^0$ ;

(2)  $(2\sqrt{3} - 1)^0 + |-6| - 8 \times 4^{-1} + \sqrt{16}$ .



### 巩固应用

1. 若  $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ,  $b = -\left|-\frac{1}{2}\right|$ ,  $c = (-2)^3$ , 则

$a, b, c$  的大小关系为 ( )

A.  $b < c < a$       B.  $b < a < c$

C.  $c < b < a$       D.  $a < c < b$

2. 以下式子, 正确的是 ( )

A.  $\left(\frac{1}{x+y}\right)^2 = \frac{1}{x^2+y^2}$

B.  $\frac{a^3}{(a^2)^3} = \frac{a^3}{a^6} = a^3$

C.  $\frac{b-a}{a^2-b^2} = -\frac{1}{a+b}$

D.  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = b - a$

3. 若  $(x-3)^0 - 2(3x-6)^{-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

4. 已知  $10^m = 5$ ,  $10^n = 4$ , 则  $10^{2m-3n} =$  \_\_\_\_\_.

5. 利用负整数指数幂把下列分式化成幂的乘法:

(1)  $\frac{x}{y}$ ;

(2)  $\frac{x}{2b^2}$ .

6. 计算:

(1)  $3^{1-n} \left[-\frac{1}{3}\right]^3 3^{2-n}$ ;

$$(2)(a+b)^{-4}(a+b)^2 \div (a+b).$$

$$2. \text{ 已知 } 3^m = \frac{1}{27}, \left(\frac{1}{2}\right)^n = 16, \text{ 求 } m^n \text{ 的值.}$$

### 拓展提升

1. 探索规律:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$ , 个位数字是 3;

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9, \text{ 个位数字是 } 9; \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27, \text{ 个}$$

$$\text{位数字是 } 7; \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81, \text{ 个位数字是 } 1;$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = 243, \text{ 个位数字是 } 3; \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = 729,$$

$$\text{个位数字是 } 9; \cdots; \text{ 那么, } \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \text{ 的个位数}$$

$$\text{字是 } \underline{\quad\quad}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-20} \text{ 的个位数字是 } \underline{\quad\quad}.$$

3. 先化简, 再求值:

$$\left[\frac{2ab^2}{a+b}\right]^3 \div \left[\frac{ab^3}{a^2-b^2}\right]^2 \cdot \left[\frac{1}{2(a-b)}\right]^2, \text{ 其中}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}.$$

## 15.2.3 整数指数幂(2)

### 基础训练

1. 0.000976 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $0.976 \times 10^{-3}$     B.  $9.76 \times 10^{-3}$   
C.  $9.76 \times 10^{-4}$     D.  $97.6 \times 10^{-5}$

2. 将  $6.18 \times 10^{-3}$  化为小数是 ( )

- A. 0.000618    B. 0.00618  
C. 0.0618    D. 0.618

3. 已知  $0.003 \times 0.005 = 1.5 \times 10^n$ , 则  $n$  =         .

4. (1) 生物学家发现一种病毒的长度约为 0.000043 mm, 用科学记数法表示为                     ;

(2) 1 秒是 1 微秒的 1000000 倍, 则 1 微秒

=          秒;

(3) 1 平方厘米 =          平方米.

5. 一个电子的精确质量约为  $5.4858 \times 10^{-4}$  原子质量单位, 用小数表示为          原子质量单位.

6. 用科学记数法表示:

(1) 0.00003;    (2) -0.0000064;

(3) 0.0000314;    (4) 2013000.

7. 用小数表示下列各数:

- (1)  $7.2 \times 10^{-5}$ ; (2)  $1.5 \times 10^{-8}$ .



巩固应用

1. 在电子显微镜下测得一个圆球体细胞的直径是  $5 \times 10^{-5}$  cm,  $2 \times 10^3$  个这样的细胞排成的细胞链的长是 ( )

- A.  $10^{-2}$  cm      B.  $10^{-1}$  cm  
C.  $10^{-3}$  cm      D.  $10^{-4}$  cm

2. 下列算式: ①  $(0.0001)^0 = 1$ ; ②  $10^{-6} = 0.000001$ ; ③  $10^{-8} = 0.00000001$ ; ④  $(6-3 \times 2)^0 = 1$ . 其中正确的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个  
C. 3 个      D. 4 个

3. 用科学记数法把 0.000009405 表示成  $9.405 \times 10^n$ , 那么  $n =$  \_\_\_\_\_.

4. 计算, 结果仍用科学记数法表示:

(1)  $(-3.5 \times 10^{13}) \times (-4 \times 10^{-7})$ ;

(2)  $(-8 \times 10^{11})^{-2} \times (-8 \times 10^{11})^{-3} \div [(-4 \times 10^5)^{-5} \times (2 \times 10^6)^{-5}]$ .



拓展提升

1. (1) 把数 0.000958 用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_;

- (2) 把 0.000958 精确到十万分位, 用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_;

(3) 随着微电子制造技术的不断进步, 电子元件的尺寸大幅度缩小, 在芯片上某种电子元件大约只占  $7 \times 10^{-7}$  平方毫米, 这个数用小数表示为 \_\_\_\_\_;

(4) 数  $2.80 \times 10^{-4}$  是精确到 \_\_\_\_\_ 位.

2. 计算:

(1)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ ;

(2)  $[(-a)^{-1}]^2 \cdot (-a^2)^{-1}$ ;

(3)  $a^{-2}b^2 \cdot (-a^2b^{-2})^{-2} \div (a^{-4}b^2)$ ;

(4)  $4a^{-2}b^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}ab^{-2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ .

(2013)<sup>0</sup>.

3. 已知,  $a = -(0.3)^2$ ,  $b = -3^{-2}$ ,  $c = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ,  $d = \left(-\frac{1}{3}\right)^0$ , 比较  $a, b, c, d$  的大小, 用“>”连接起来.



## 15.2 整理复习



### 基础训练

1. 计算  $(-3a^{-1})^{-2}$  的结果是 ( )

- A.  $6a^2$                       B.  $\frac{1}{9}a^2$   
C.  $-\frac{1}{9}a^2$                       D.  $9a^2$

2. 计算  $\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a-1}$  的结果为 ( )

- A.  $\frac{1+a}{a-1}$                       B.  $-\frac{a}{a-1}$   
C.  $-1$                           D.  $1-a$

3. 若分式  $\frac{x^2}{x-1} \square \frac{x}{x-1}$  的运算结果为  $x$ , 则在

- “ $\square$ ”中添加的运算符号为 ( )  
A.  $+$                           B.  $-$   
C.  $+$  或  $\times$                       D.  $-$  或  $\div$

4. 下列运算正确的是 ( )

- A.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$                       B.  $(-3)^2 = -9$   
C.  $2^{-3} = 8$                           D.  $2^0 = 0$

5. 石墨烯是目前世界上最薄却也是最坚硬的纳米材料, 还是导电性最好的材料, 其理论厚度仅为  $0.00000000034$  米. 该数用科学记数法表示为 ( )

- A.  $0.34 \times 10^{-9}$                       B.  $34.0 \times 10^{-11}$   
C.  $3.4 \times 10^{-10}$                       D.  $3.4 \times 10^{-9}$

6. 若  $(3x+8)^{-2}$  无意义, 则  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.

7. 计算:  $\sqrt{4} + |1-\sqrt{3}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2019^0$ .

8. (1)  $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a} + 1$ ;

$$(2) \frac{x^2+2x+1}{x+2} \div \frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x}{x+2};$$

$$(3) \frac{a^2+3a}{a^2-3a} - \frac{a-3}{a} \cdot \left(\frac{2a}{a-3}\right)^2;$$

$$(4) \left(\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+4}\right) \div \frac{2}{x^2-16}.$$



### 巩固应用

1. 学完分式运算后, 老师出了一道题: “化

$$\text{简: } \frac{x+3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2-4}.$$

$$\text{小明的做法是: 原式} = \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4} -$$

$$\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4} = \frac{x^2-8}{x^2-4};$$

$$\text{小亮的做法是: 原式} = (x+2)(x-2) + (2-x) = x^2+x-6+2-x = x^2-4;$$

小芳的做法是：原式  $= \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}$

$$= \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x+2} = \frac{x+3-1}{x+2} = 1.$$

其中正确的是 ( )

- A. 小明                      B. 小亮  
C. 小芳                      D. 没有正确的

2. 化简  $\frac{2x-6}{x-2} \div \left[ \frac{5}{x-2} - x - 2 \right]$  的结果是

( )

- A.  $-\frac{2}{x+3}$                       B.  $\frac{2}{x+3}$   
C.  $\frac{2x-11}{5}$                       D.  $\frac{2x-6}{5-(x-2)^2}$

3. 如果  $a^2 + 2a - 1 = 0$ , 那么  $\left[ a - \frac{4}{a} \right] \cdot \frac{a^2}{a-2}$

的值是 ( )

- A. -3    B. -1    C. 1    D. 3

4. 已知  $x + \frac{1}{x} = 3$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  \_\_\_\_\_.

5. 若  $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$  对任意自然数  $n$  都成立, 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

6. 先化简:  $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) + \frac{a^2-1}{a^2-2a+1}$ , 然后在 -1, 1, 2 三个数中任选一个合适的数代入求值.

## 拓展提升

1. 观察下列各式:

$$\frac{2}{1 \times 3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3}; \quad \frac{2}{2 \times 4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4};$$

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}; \quad \dots$$

请利用你所得的结论, 化简:  $\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{2 \times 4}$

$$+ \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{n \times (n+2)} (n \geq 3 \text{ 且 } n \text{ 为整$$

数), 其结果为 \_\_\_\_\_.

2. 解不等式组  $\begin{cases} 3x-6 \leq x, \\ \frac{4x+5}{10} < \frac{x+1}{2}, \end{cases}$  并求出它的整

数解, 再化简式子  $\frac{x+3}{x^2-2x+1}$ .

$\left[ \frac{x}{x+3} - \frac{x-3}{x^2-9} \right]$ , 从上述整数解中选择一个

合适的数, 求此式子的值.

## 15.3 分式方程(1)



### 基础训练

1. 下列方程: ①  $\frac{x-3}{5}=1$ ; ②  $\frac{3}{x}=2$ ; ③  $\frac{1+x}{5+x}=\frac{1}{2}$ ; ④  $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=5$ . 其中是分式方程的有

( )

- A. ①②                      B. ②③  
C. ③④                      D. ②③④

2. 把分式方程  $\frac{2}{2x-4}=\frac{3}{2x}$  化为整式方程, 方程两边需同时乘以

( )

- A.  $2x$                       B.  $2x-4$   
C.  $2x(x-2)$               D.  $2x(2x-4)$

3. 下列方程中, 有解的是

( )

- A.  $\frac{x+1}{x^2-1}=0$               B.  $\frac{x+1}{x-1}=1$   
C.  $\frac{x^2+1}{x-1}=0$               D.  $\frac{(x-1)^2}{x-1}=1$

4. 已知  $\frac{x-1}{x+2}=\frac{3-y}{4-y}$ , 用  $x$  表示  $y$  为

( )

- A.  $y=-\frac{x+10}{3}$               B.  $y=-x+2$   
C.  $y=\frac{10-x}{3}$                   D.  $y=-7x-2$

5. 若  $l=\frac{n\pi R}{180}$  ( $n \neq 0$ ), 用  $l, n$  表示  $R$  为

( )

- A.  $R=\frac{n\pi l}{180}$                   B.  $R=\frac{180}{n\pi l}$   
C.  $R=\frac{180l}{n\pi}$                   D.  $R=\frac{n\pi}{180l}$

6. 若  $\frac{2}{x-1}$  与  $\frac{3}{x+3}$  的值相等, 则  $x$  是

( )

- A. 9              B. 7              C. 5              D. 3

7. 一根蜡烛在凸透镜下成一实像, 物距  $u$ 、像距  $v$  和凸透镜的焦距  $f$  满足关系式:  $\frac{1}{u}+$

$\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ . 若  $f=6$  厘米,  $v=8$  厘米, 则物距  $u$  = \_\_\_\_\_ 厘米.

8. 分式方程  $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$  的解是  $x=$  \_\_\_\_\_.

9. 若分式  $\frac{1}{2x+1}$  与  $\frac{1}{2}(x-4)$  互为倒数, 则  $x=$  \_\_\_\_\_.

10. 已知  $\frac{2}{y+2}=-1$ , 则  $y+\frac{1}{y}=$  \_\_\_\_\_.

11. 解方程:

$$(1) \frac{2}{x-2}=\frac{1}{x};$$

$$(2) \frac{1}{x-1}=\frac{5}{2x+1};$$

$$(3) \frac{x+3}{x-3}-\frac{4}{x+3}=1;$$

$$(4) \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{x}{x-1}.$$

### 巩固应用

1. 方程  $\frac{x+5}{3} = 7$ ,  $\frac{3}{x} = 2$ ,  $\frac{x+1}{2} - \frac{x-4}{3} = 1$ ,

$\frac{3x-9}{x} = 1$  中, 分式方程的个数有 ( )

- A. 1 个                      B. 2 个  
C. 3 个                      D. 4 个

2. 下列方程不是分式方程的是 ( )

- A.  $\frac{5}{4+x} - \frac{3}{x+3} = 5$     B.  $\frac{1}{x} + x = 1$   
C.  $\frac{x}{3} - \frac{5x}{13} = \frac{10}{19}$     D.  $\frac{9}{2x} = \frac{x+5}{3x+1}$

3. 要把方程  $\frac{2}{3y-6} - \frac{5}{3y} = 0$  化为整式方程,

方程两边可以同时乘以 ( )

- A.  $3y-6$                       B.  $3y$   
C.  $3(3y-6)$                   D.  $3y(y-2)$

4. 若  $\left(\frac{4}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}\right) \cdot w = 1$ , 则  $w =$  ( )

- A.  $a+2(a \neq -2)$   
B.  $-a+2(a \neq 2)$   
C.  $a-2(a \neq 2)$   
D.  $-a-2(a \neq \pm 2)$

5. 要使分式  $\frac{x-4}{x-5}$  和  $\frac{4-2x}{4-x}$  的值互为倒数, 则

$x$  的值是 ( )

- A. 0                      B. -1                      C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

6. 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{4}{x+2}$  与  $1 - \frac{1}{x+2}$  的

值相等.

7. 当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时, 关于  $x$  的方程  $\frac{x+1}{x-2} =$

$\frac{2a-3}{a+5}$  的解为零.



### 拓展提升

1. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ , 则分式  $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$  的值为 \_\_\_\_\_.

2.  $a$  为何值时, 关于  $x$  的分式方程  $\frac{x+1}{x-2} =$

$\frac{2a-3}{a+5}$  的解为零?

3. 定义新运算: 对于任意实数  $a, b$  (其中  $a \neq$

$0$ ), 都有  $a \star b = \frac{1}{a} - \frac{a-b}{a}$ , 等式右边是通

常的加法、减法及除法运算, 例如  $2 \star 3 =$

$\frac{1}{2} - \frac{2-3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ .

(1) 求  $(-2) \star 3$  的值;

(2) 若  $x \star 2 = 1$ , 求  $x$  的值.

## 15.3 分式方程(2)



### 基础训练

1. 下列方程中,无解的是 ( )

A.  $\frac{x}{x^2+1} = \frac{x}{x-1}$       B.  $\frac{x}{x^2-1} = \frac{x}{x+1}$

C.  $\frac{x}{x+1} = \frac{x}{x-1}$       D.  $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{x-1}$

2. 分式方程  $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2}{x^2-1}$  解的情况是

( )

A.  $x=1$       B.  $x=2$

C.  $x=-1$       D. 无解

3. 分式方程  $\frac{12}{x^2-9} - \frac{2}{x-3} = \frac{1}{x+3}$  的解为

\_\_\_\_\_.

4. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0, 则  $x$  的值为 ( )

A. 0      B. 1

C. -1      D.  $\pm 1$

5. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{x+a}{x-2} = -1$  的根大于零, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

6. 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{x+k}{x+1} - \frac{k}{x-1} = 1$  的解为负数, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

7. 当  $m = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 方程  $\frac{mx}{m+1} - \frac{2}{x-1} = 1$  的解与方程  $\frac{x+4}{x} = 3$  的解互为相反数.

8. 解方程:

(1)  $\frac{1}{x} = \frac{3}{2x+1}$ ;

(2)  $\frac{5x-4}{2x-4} - \frac{1}{2} = \frac{2x-5}{3x-6}$ ;

(3)  $\frac{x}{2x-5} + \frac{5}{5-2x} = 1$ ;

(4)  $\frac{x-2}{x-3} = 2 - \frac{1}{3-x}$ .



### 巩固应用

1. 已知  $\frac{a+2b}{2a-b} = \frac{9}{5}$ , 则  $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 关于  $x$  的方程  $\frac{2x+a}{x-1} = 1$  的解是正数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

3. 若关于  $x$  的方程  $\frac{4}{x} - \frac{m}{2x} = 1$  的根是 2, 求

$(m-4)^2 - 2m + 8$  的值.

4. 解方程: (1)  $\frac{2x-3}{x-1} - 1 = \frac{2x-4}{2x+3}$ ;

(2)  $\frac{2}{x+1} + 1 = \frac{x}{x-1}$ ;

(3)  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{3}{x^2-1} = 1$ ;

(4)  $\frac{2x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x}$ .



#### 拓展提升

1. 定义运算“ $\ast$ ”:  $a \ast b = \begin{cases} \frac{a}{a-b}, & a > b, \\ \frac{b}{b-a}, & a < b, \end{cases}$

若  $5 \ast x = 2$ , 则  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.

2. 当  $x$  为何值时,  $\frac{5x+2}{2x-3} + \frac{19}{4x-6}$  的值为  $\frac{7}{2}$ ?

## 15.3 分式方程(3)



### 基础训练

1. 一艘轮船在静水中的最大航速为 30 km/h, 它以最大航速沿江顺流航行 100 km 所用时间与以最大航速逆流航行 80 km 所用时间相等. 设江水的流速为  $v$  km/h, 则可列方程为 ( )

A.  $\frac{100}{v+30} = \frac{80}{v+30}$     B.  $\frac{100}{30-v} = \frac{80}{30+v}$

C.  $\frac{100}{30+v} = \frac{80}{30-v}$     D.  $\frac{100}{v-30} = \frac{80}{v+30}$

2. 某施工队挖掘一条长 96 米的隧道, 开工后每天比原计划多挖 2 米, 结果提前 4 天完成任务, 原计划每天挖多少米? 若设原计划每天挖  $x$  米, 则依题意列方程正确的为 ( )

A.  $\frac{96}{x-2} - \frac{96}{x} = 4$     B.  $\frac{96}{x} - \frac{96}{x-2} = 4$

C.  $\frac{96}{x} - \frac{96}{x+2} = 4$     D.  $\frac{96}{x+2} - \frac{96}{x} = 4$

3. 某工地调来 72 人参加挖土和运土, 已知 3 人挖出的土 1 人恰好能全部运走, 怎样调配劳动力使挖出来的土能及时运走且不窝工? 设可派  $x$  人挖土, 其他人运土, 列方程

为①  $\frac{72-x}{x} = \frac{1}{3}$ ; ②  $72-x = \frac{x}{3}$ ; ③  $x+3x =$

$72$ ; ④  $\frac{x}{72-x} = 3$ , 上述所列方程正确的有 ( )

A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

4. 某水泵厂原计划在一定天数内生产 4000 台水泵, 采用新技术后, 每天比原来增产 25%, 可提前 10 天完成任务, 则原计划日产 \_\_\_\_\_ 台.

5. 新冠肺炎疫情期间, 我校计划购买甲、乙两种品牌的消毒剂, 乙品牌消毒剂每瓶的价格是甲品牌消毒剂每瓶价格的 3 倍少 50 元. 已知用 300 元购买甲品牌消毒剂的数量与用 400 元购买乙品牌消毒剂的数量相同.

(1) 求甲、乙两种品牌消毒剂每瓶的价格各是多少元?

(2) 若我校一次性从超市购买甲、乙两种品牌的消毒剂共 40 瓶, 且总费用为 1400 元, 求购买了多少瓶乙品牌消毒剂?



### 巩固应用

1. 某项工程, 甲单独做需要  $a$  天完成, 甲、乙合作  $m$  ( $m < a$ ) 天可以完成, 乙单独做完成任务需要的天数是 ( )

A.  $\frac{am}{a-m}$

B.  $\frac{am}{a+m}$

C.  $\frac{a-m}{am}$

D.  $\frac{a+m}{am}$

2. 一汽车从甲地开往乙地,每小时行驶  $v_1$  千米, $t$  小时可到达,如果每小时多行驶  $v_2$  千米,那么可提前到达\_\_\_\_\_小时.
3. 某人骑自行车比步行每小时多走 8 千米,若他步行 12 千米所用时间与骑车行 36 千米所用时间相等,求他步行 40 千米用多少小时.



#### 拓展提升

1. A 城市每立方米水的水费是 B 城市的 1.25 倍,同样交水费 20 元,在 B 城市比在 A 城市可多用 2 立方米水,那么 A,B 两城市每立方米水的水费各是多少元?

2. 小兰的妈妈在供销大厦用 12.50 元买了若干瓶酸奶,但她在百货商场食品自选室内发现,同样的酸奶,这里要比供销大厦每瓶便宜 0.2 元钱,因此,当第二次买酸奶时,便到百货商场去买,结果用去 18.40 元钱,买的瓶数比第一次买的瓶数多  $\frac{3}{5}$ ,问她第一次在供销大厦买了几瓶酸奶?



## 15.3 整理复习



### 基础训练

1. 下列方程不是分式方程的是 ( )

A.  $\frac{1}{x} + x = 1$       B.  $\frac{x}{3} + \frac{3x}{4} = \frac{2}{5}$

C.  $\frac{2}{1+x} - \frac{1}{1+x} = 2$       D.  $\frac{5}{x} = \frac{7}{x-7}$

2. 解分式方程  $\frac{x}{3+x} - \frac{2}{2+x} = 1$  时, 去分母后可得到 ( )

A.  $x(2+x) - 2(3+x) = 1$

B.  $x(2+x) - 2 = 2+x$

C.  $x(2+x) - 2(3+x) = (2+x)(3+x)$

D.  $x - 2(3+x) = 3+x$

3. 分式方程  $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$  的解为 ( )

A.  $x=1$     B.  $x=2$     C.  $x=3$     D.  $x=4$

4. 穿越青海境内的兰新铁路极大地改善了沿线人民的经济文化生活. 该铁路沿线甲、乙两城市相距 480 km, 乘坐高铁列车比乘坐普通列车能提前 4 h 到达. 已知高铁列车的平均行驶速度比普通列车快 160 km/h. 设普通列车的平均行驶速度为  $x$  km/h, 依题意, 下面所列方程正确的是 ( )

A.  $\frac{480}{x+160} - \frac{480}{x} = 4$

B.  $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+160} = 4$

C.  $\frac{480}{x} - \frac{480}{x-160} = 4$

D.  $\frac{480}{x-160} - \frac{480}{x} = 4$

5. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 两分式  $\frac{4}{x-4}$  与  $\frac{3}{x-1}$  的值相等.

6. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器, 现在生产 600 台机器所需时间与

原计划生产 450 台机器所需时间相同, 现在平均每天生产          台机器.

7. 解下列方程:

(1)  $\frac{x}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = 1;$

(2)  $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{1-x} = 3.$



### 巩固应用

1. 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2m+x}{x-3} - 1 = \frac{2}{x}$  无解, 则  $m$  的值为 ( )

A.  $-1.5$

B.  $1$

C.  $-1.5$  或  $2$

D.  $-0.5$  或  $-1.5$

2. 关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-m}{x+1} = 3$  的解是正数, 则字母  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m > 3$

B.  $m < 3$

C.  $m > -3$

D.  $m < -3$

3. 今年 6 月 1 日起, 国家实施了中央财政补贴条例, 支持高效节能电器的推广使用, 某款定速空调在条例实施后, 客户每购买一台可获财政补贴 200 元, 若同样用 11 万元所购买的此款空调台数, 条例实施后比

条例实施前多 10%，则条例实施前此款空调的售价为\_\_\_\_\_元.

4. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$  的根是  $x = 1$ , 求  $a$  的值.

5. 当  $x$  为何值时, 分式  $\frac{1}{x-3}$  的值比分式  $\frac{x-1}{x-3}$  的值小 2?

6. A, B 两种型号的机器加工同一种零件, 已知 A 型机器比 B 型机器每小时多加工 20 个零件, A 型机器加工 400 个零件所用时间与 B 型机器加工 300 个零件所用时间相同. 求 A 型机器每小时加工零件的个数.



### 拓展提升

1. 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{x}{x-1} = \frac{3a}{2x-2} - 2$  有非负数解, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
2. 马小虎的家距离学校 1800 米, 一天马小虎从家去上学, 出发 10 分钟后, 爸爸发现他的数学课本忘记拿了, 立即带上课本去追他, 在距离学校 200 米的地方追上了他, 已知爸爸的速度是马小虎速度的 2 倍, 求马小虎的速度.
3. 某服装店购进一批甲、乙两种款型的时尚 T 恤衫, 甲种款型共用了 7800 元, 乙种款型共用了 6400 元, 甲种款型的件数是乙种款型件数的 1.5 倍, 甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少 30 元.
  - (1) 甲、乙两种款型的 T 恤衫各购进多少件?
  - (2) 商店按进价提高 60% 标价销售, 销售一段时间后, 甲款型全部售完, 乙款型剩余一半, 商店决定对乙款型按标价的五折降价销售, 很快全部售完. 求售完这批 T 恤衫商店共获利多少元.

## 第 15 章 章末复习



### 基础训练

1. 下列运算中,正确的是 ( )

A.  $\frac{m-n}{m+n} = \frac{n-m}{n+m}$     B.  $\frac{2}{2a+b} = \frac{1}{a+b}$   
 C.  $\frac{ab}{ab-b^2} = \frac{a}{a-b}$     D.  $\frac{a}{-a+b} = -\frac{a}{a+b}$

2. 下列各式计算错误的是 ( )

A.  $\frac{-3ab}{4x^2y} \cdot \frac{10xy}{21b} = -\frac{5a}{14x}$   
 B.  $\frac{xy^2}{2yz} \div \frac{3x^2y}{8yz} = \frac{4y}{3x}$   
 C.  $\frac{a-b}{a} \div (a^2-ab) = \frac{1}{a^2}$   
 D.  $(-a)^3 \div \frac{a^3}{b} = b$

3. 计算:  $2^0 \cdot 2^{-3}$  ( )

A.  $-\frac{1}{8}$     B.  $\frac{1}{8}$   
 C. 0    D. 8

4. 计算  $(x+y) \div \frac{x+y}{x} \cdot \frac{x}{x+y}$  的结果是 ( )

A.  $x+y$     B.  $\frac{x^2}{x+y}$   
 C.  $\frac{1}{y}$     D.  $\frac{1}{1+y}$

5. 解分式方程  $\frac{1}{x-2} - 3 = \frac{4}{2-x}$  时,去分母可得 ( )

A.  $1-3(x-2)=4$   
 B.  $1-3(x-2)=-4$   
 C.  $-1-3(2-x)=-4$   
 D.  $1-3(2-x)=4$

6. 化简  $(a-1) \div \left[ \frac{1}{a} - 1 \right] \cdot a$  的结果是 ( )

A.  $-a^2$     B. 1    C.  $a^2$     D. -1

7. 某工厂现在平均每天比原计划每天多生产 50 台机器,现在生产 800 台机器所需时间与原计划生产 600 台机器所需时间相同.设原计划平均每天生产  $x$  台机器,根据题意,下面所列方程正确的是 ( )

A.  $\frac{800}{x+50} = \frac{600}{x}$     B.  $\frac{800}{x-50} = \frac{600}{x}$   
 C.  $\frac{800}{x} = \frac{600}{x+50}$     D.  $\frac{800}{x} = \frac{600}{x-50}$

8. 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米,将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

9. 当  $x=2$  时,代数式  $\left( \frac{2x+1}{x} + x \right) \div \frac{x+1}{x}$  的值是\_\_\_\_\_.

10. 化简:  $\left( \frac{2a^2+2a}{a^2-1} - \frac{a^2-a}{a^2-2a+1} \right) \div \frac{2a}{a-1}$ .



### 巩固应用

1. 若分式  $\frac{|m|-1}{m-1}$  的值为零,则  $m$  的取值为 ( )

A.  $m = \pm 1$     B.  $m = -1$   
 C.  $m = 1$     D.  $m$  的值不存在

2. 下列分式变形正确的是 ( )

A.  $\frac{m}{n} = \frac{m(x^2+1)}{n(x^2+1)}$     B.  $\frac{2}{5+y} = \frac{2x}{5x+y}$   
 C.  $\frac{-x}{x-y} = \frac{x}{x+y}$     D.  $\frac{-x}{x-y} = \frac{x}{-x-y}$

3. 若分式  $\frac{x-2}{x^2}$  的值为负数, 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

4. 若关于  $x$  的方程  $\frac{2}{2-x} + \frac{x+m}{x-2} = 2$  的解为正数, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

5. 如果把分式  $\frac{2ab}{a+b}$  中的  $a, b$  都扩大 2 倍, 那么该分式的值 \_\_\_\_\_.

6. 计算:

$$(1) \left(-\frac{a^2b}{c}\right)^2 \cdot (-c)^4 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4;$$

$$(2) \left(1 + \frac{1}{m+1}\right) \div \frac{m^2-4}{m^2+m}.$$

7. 解方程:  $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}.$

8. 张家界到长沙市的总路程约为 320 km, 大货车、小轿车同时从张家界去长沙市, 已知小轿车的平均速度是大货车的 1.25 倍, 且比大货车早到 1 小时. 试求大货车和小轿车的平均速度各是多少?

9. 某班举行趣味项目运动会, 从商场购买了一定数量的乒乓球拍和羽毛球拍作为奖品. 若每副羽毛球拍的价格贵 6 元, 且用 400 元购买乒乓球拍的数量与用 550 元购买羽毛球拍的数量相同. 求每副乒乓球拍的价格是多少元?



### 拓展提升

1. 符号“ $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ”称为二阶行列式, 规定它的

运算法则为  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ . 根据上述规

定, 若  $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ \frac{1}{1-x} & \frac{1}{x-1} \end{vmatrix} = 1$ , 那么  $x =$  \_\_\_\_\_.

2. 化简分式  $\left(\frac{a^2-3a}{a^2-6a+9} + \frac{2}{3-a}\right) \div \frac{a-2}{a^2-9}$ , 并在 2, 3, 4, 5 这四个数中取一个合适的数作为  $a$  的值代入求值.

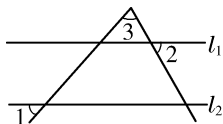
## 第十一章 单元检测

(时间:100 分钟 满分:100 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 直线  $l_1 \parallel l_2$ ,  $\angle 1 = 55^\circ$ ,  $\angle 3 = 65^\circ$ ,  $\angle 2$  为

( )



- A.  $50^\circ$                       B.  $55^\circ$   
C.  $60^\circ$                       D.  $65^\circ$

2. 现有两根铁条,它们的长分别为 30 cm 和 50 cm,如果要做成一个三角形铁架,那么下列四根铁条中应选取 ( )

- A. 90 cm 的铁条  
B. 80 cm 的铁条  
C. 30 cm 的铁条  
D. 20 cm 的铁条

3. 不是利用三角形稳定性的是 ( )

- A. 自行车的三角形车架  
B. 三角形房架  
C. 伸缩门  
D. 矩形门框的斜拉条

4. 已知三角形两边的长分别是 4 和 10,则此三角形第三边的长可能是 ( )

- A. 5                          B. 6  
C. 11                        D. 16

5. 一个三角形的两个内角分别是  $55^\circ$  和  $65^\circ$ ,这个三角形的外角不可能是 ( )

- A.  $115^\circ$                     B.  $120^\circ$   
C.  $125^\circ$                     D.  $130^\circ$

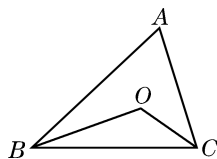
6. 如果正多边形的一个内角为  $144^\circ$ ,则这个多边形是 ( )

- A. 正十边形                B. 正九边形  
C. 正八边形                D. 正七边形

7. 下面各度数能成为某多边形的内角和的是 ( )

- A.  $430^\circ$                     B.  $4343^\circ$   
C.  $4320^\circ$                     D.  $4360^\circ$

8. 如图,  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的角平分线交于  $O$  点,  $\angle A = 80^\circ$ , 则  $\angle BOC$  等于 ( )



- A.  $95^\circ$                       B.  $120^\circ$   
C.  $130^\circ$                     D.  $150^\circ$

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

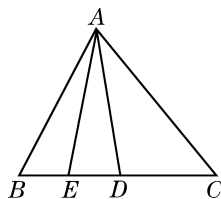
9. 若等腰三角形(有两边相等的三角形)的两边长分别为 3 cm 和 8 cm,则它的周长是\_\_\_\_\_.

10. 要使六边形木架不变形,至少要再钉上\_\_\_\_\_根木条.

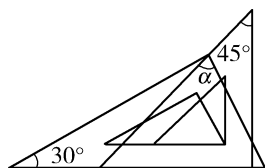
11. 一个多边形的每一个外角都等于  $30^\circ$ ,这个多边形的边数是\_\_\_\_\_,它的内角和是\_\_\_\_\_.

12. 若正  $n$  边形的每个内角都等于  $140^\circ$ ,则  $n =$ \_\_\_\_\_,其内角和为\_\_\_\_\_.

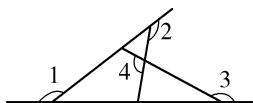
13. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $AE$  是  $\triangle ABD$  的中线,若  $CE = 9$  cm,则  $BC =$ \_\_\_\_\_ cm.



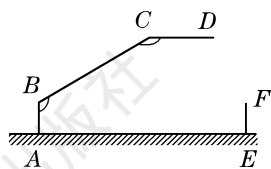
14. 一副三角板按如图所示叠放在一起,则图中 $\angle\alpha$ 的度数是\_\_\_\_\_.



15. 如图所示,  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$  \_\_\_\_\_.



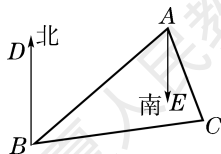
16. 一大门的栏杆如图所示,  $BA$  垂直于地面  $AE$  于  $A$ ,  $CD$  平行于地面  $AE$ , 则  $\angle ABC + \angle BCD =$  \_\_\_\_\_.



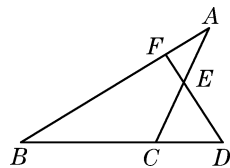
### 三、解答题(共 52 分)

17. (8 分) 一个三角形的两条边相等, 周长为 18 cm, 三角形一边长 4 cm, 求其他两边的长.

18. (8 分) 如图,  $B$  处在  $A$  处的南偏西  $45^\circ$  方向,  $C$  处在  $A$  处的南偏东  $15^\circ$  方向,  $C$  处在  $B$  处的北偏东  $80^\circ$  方向, 求  $\angle ACB$ .



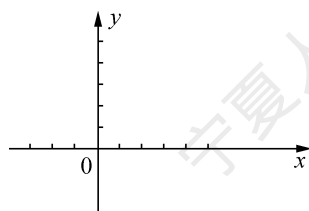
19. (8 分) 已知  $D$  为  $\triangle ABC$  边  $BC$  延长线上一点,  $DF \perp AB$  于  $F$  交  $AC$  于  $E$ ,  $\angle A = 35^\circ$ ,  $\angle D = 42^\circ$ , 求  $\angle ACD$  的度数.



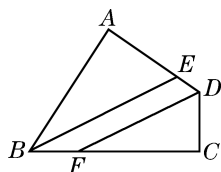
20. (8 分) 如图, 已知  $A(-2, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(2, 5)$ .

(1) 画图并求出  $\triangle ABC$  的面积;

(2) 设  $P$  为  $x$  轴上的一点, 若  $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}S_{\triangle PBC}$ , 试确定点  $P$  的坐标.

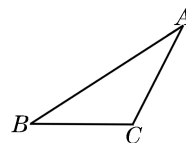


21. (10 分) 已知四边形  $ABCD$  中,  $AB \perp AD$ ,  $BE$  平分  $\angle ABC$ ,  $DF$  平分  $\angle ADC$ , 且  $BE \parallel DF$ , 求证:  $\angle C = 90^\circ$ .



22. (10 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中:

- (1) 画出  $BC$  边上的高  $AD$  和中线  $AE$ ;  
 (2) 若  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle ACB = 130^\circ$ , 求  $\angle BAD$  和  $\angle CAD$  的度数.

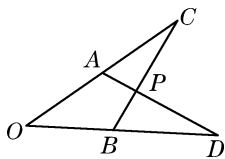


## 第十二章 单元检测

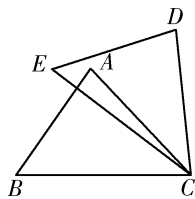
(时间:100 分钟 满分:100 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

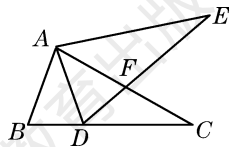
1. 如图,在以  $O$  为顶点的角的两边上截取  $OA = OB$ ,  $OC = OD$ ,  $AD$ ,  $BC$  交于点  $P$ ,有如下三个结论:①  $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ ;②  $\triangle APC \cong \triangle BPD$ ;③点  $P$  在  $\angle AOB$  的平分线上,其中正确的是 ( )



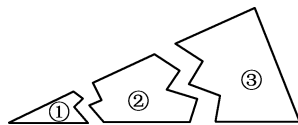
- A. ①  
B. ②  
C. ①②  
D. ①②③
2. 如图,在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEC$  中,  $AB = DE$ , 还需要添加两个条件才能使  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ,不能添加的一组是 ( )



- A.  $BC = EC, \angle B = \angle E$   
B.  $BC = EC, AC = DC$   
C.  $BC = EC, \angle A = \angle D$   
D.  $\angle B = \angle E, \angle A = \angle D$
3. 如图,点  $E$  在  $\triangle ABC$  外部,点  $D$  在  $BC$  边上,  $DE$  交  $AC$  于  $F$ ,若  $\angle BAD = \angle CAE = \angle CDE$ ,  $AC = AE$ ,则 ( )
- A.  $\triangle ABD \cong \triangle AFD$   
B.  $\triangle AFE \cong \triangle ADC$   
C.  $\triangle AFE \cong \triangle DFC$   
D.  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$



第 3 题图



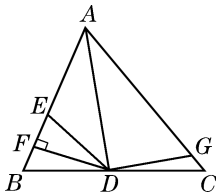
第 4 题图

4. 如图,某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片,现在他要到玻璃店去配一块形状完全一样的玻璃,那么最省事的办法是带 ( )

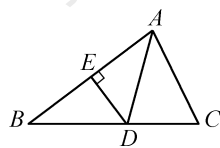
A. ① B. ② C. ③ D. ①和②

5. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $DF \perp AB$ , 垂足为  $F$ ,  $DE = DG$ ,  $\triangle ADG$  和  $\triangle AED$  的面积分别为 50 和 39,则  $\triangle EDF$  的面积为 ( )

A. 11 B. 5.5 C. 7 D. 3.5



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AB$  于  $E$ ,  $S_{\triangle ABC} = 15$ ,  $DE = 3$ ,  $AB = 6$ , 则  $AC$  的长是 ( )

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 80^\circ$ , 进行如下操作:

①以点  $B$  为圆心,小于  $AB$  长为半径作弧,分别交  $BA$ ,  $BC$  于点  $E$ ,  $F$ ;

②分别以  $E$ ,  $F$  为圆心,以大于  $\frac{1}{2}EF$  长为

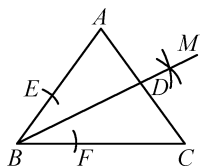


半径作弧,两弧交于点  $M$ ;

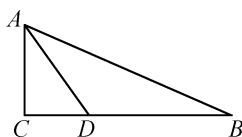
③作射线  $BM$  交  $AC$  于点  $D$ .

则  $\angle BDC$  的度数为 ( )

- A.  $100^\circ$  B.  $65^\circ$  C.  $75^\circ$  D.  $105^\circ$



第 7 题图



第 8 题图

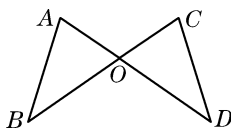
8. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 交  $BC$  于  $D$ , 若  $CD = \frac{1}{2}BD$ , 点  $D$  到边  $AB$  的距离为 6, 则  $BC$  的长是

( )

- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

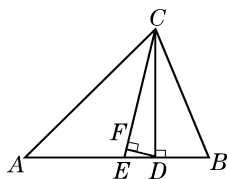
## 二、填空题(每题 3 分,共 24 分)

9. 如图,  $AB = CD$ ,  $AD$  与  $BC$  交于点  $O$ , 要使  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ , 需添加 \_\_\_\_\_, 理由是 \_\_\_\_\_.

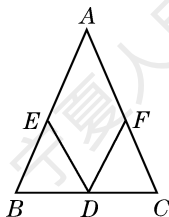


10. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于  $D$ , 若  $BC = 10$ , 且  $BD : CD = 2 : 3$ , 则  $D$  到边  $AB$  的距离为 \_\_\_\_\_.

11. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle B = 72^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $CE$  平分  $\angle ACB$  交  $AB$  于  $E$ ,  $DF \perp CE$  于点  $F$ , 则  $\angle CDF =$  \_\_\_\_\_ 度.



第 11 题图



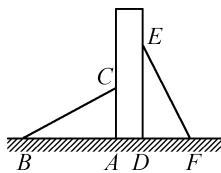
第 12 题图

12. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上的中点,

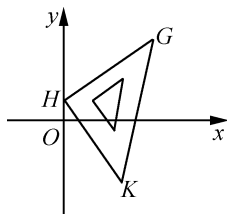
$\angle BDE = \angle CDF$ , 请你添加一个条件, 使  $DE = DF$  成立, 你添加的条件是 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (不再添加辅助线和字母).

13. 如图, 有两个长度相同的滑梯靠在一面墙上, 已知左边滑梯的高度  $AC$  与右边滑梯水平方向的长度  $DF$  相等, 则这两个滑梯与地面夹角  $\angle ABC$  与  $\angle DEF$  的度数和是 \_\_\_\_\_.



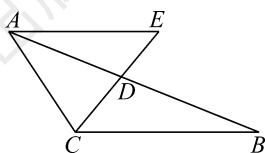
第 13 题图



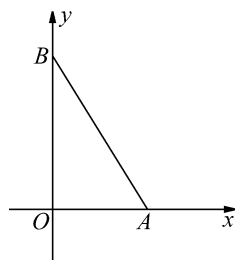
第 14 题图

14. 课间, 顽皮的小刚拿着老师的等腰直角三角板放在黑板上画好了的平面直角坐标系内.(如图), 已知直角顶点  $H$  的坐标为  $(0, 1)$ , 另一个顶点  $G$  的坐标为  $(4, 4)$ , 则点  $K$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

15. 如图, 把  $\triangle ABC$  的中线  $CD$  延长到  $E$ , 使  $DE = CD$ , 连接  $AE$ , 若  $AC = 4$ , 且  $\triangle BCD$  的周长比  $\triangle ACD$  的周长大 1, 则  $AE =$  \_\_\_\_\_.



第 15 题图



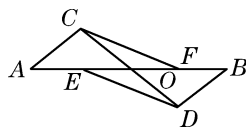
第 16 题图

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(3, 0)$ , 点  $B$  的坐标为  $(0, 6)$ , 点  $C$  在  $x$  轴上运动(不与点  $A$  重合), 点  $D$  在  $y$  轴上运动(不与点  $B$  重合), 当以点  $C, O, D$  为顶点的三角形与  $\triangle AOB$  全等时, 则点

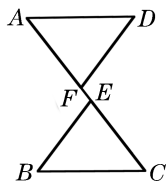
$D$  的坐标为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题(共 52 分)

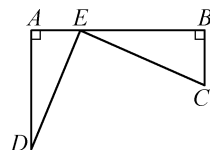
17. (8 分) 已知  $AC = BD$ ,  $CF = DE$ ,  $AE = BF$ ,  $CD$  交  $AB$  于点  $O$ . 求证:  $\angle A = \angle B$ .



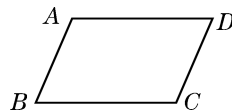
18. (8 分) 已知, 如图,  $E, F$  在  $AC$  上,  $AD \parallel CB$ , 且  $AD = CB$ ,  $\angle D = \angle B$ , 求证:  $AE = CF$ .



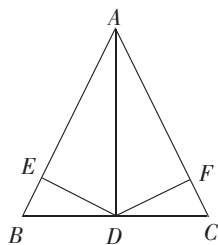
19. (8 分) 如图所示, 铁路上  $A, B$  两站(视为直线上两点)相距 14 km,  $C, D$  为两村(可视为两个点),  $DA \perp AB$  于  $A$ ,  $CB \perp AB$  于  $B$ , 已知  $DA = 8$  km,  $CB = 6$  km, 现在要在铁路上建一个土特产品收购站  $E$ , 使  $C, D$  两村到收购站  $E$  的距离相等, 则  $E$  站应建在距  $A$  站多少千米处?



20. (8 分) 已知  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ . 求证:  $\angle B = \angle D$ ,  $\angle A = \angle C$ .



21. (10 分) 如图,  $AD$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ ,  $BD = CD$ .  
求证:  $EB = FC$ .



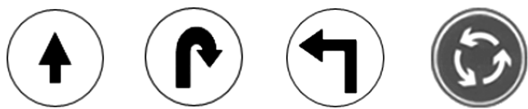
22. (10 分) 已知:  $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的中线,  $CE \perp AD$ ,  $BF \perp AD$ , 垂足分别为  $E, F$ .  
求证:  $BF = CE$ .

## 第十三章 单元检测

(时间:100 分钟 满分:100 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列图形中,是轴对称图形的是 ( )



- A. 1 个                  B. 2 个  
C. 3 个                  D. 4 个

2. 下列图形中对称轴条数最多的是 ( )

- A. 圆                      B. 正方形  
C. 等腰三角形          D. 长方形

3. 下列图形中,不一定是轴对称图形的是 ( )

- A. 直角                  B. 线段  
C. 等腰三角形          D. 直角三角形

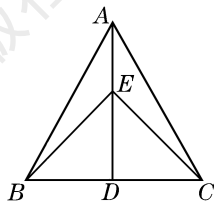
4. 在平面直角坐标系中,点  $P(2,1)$  向右平移 3 个单位得到点  $P_1$ ,点  $P_1$  关于  $x$  轴的对称点是点  $P_2$ ,则点  $P_2$  的坐标是 ( )

- A.  $(5,1)$                   B.  $(5,-1)$   
C.  $(-5,1)$                 D.  $(-5,-1)$

5. 已知等腰三角形两边长分别为 6 cm, 2 cm,则这个三角形的周长是 ( )

- A. 14 cm  
B. 10 cm  
C. 14 cm 或 10 cm  
D. 12 cm

6. 如图,等边三角形  $ABC$  中, $AD \perp BC$ ,垂足为  $D$ ,点  $E$  在线段  $AD$  上, $\angle EBC = 45^\circ$ ,则  $\angle ACE$  等于 ( )

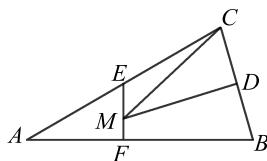


- A.  $15^\circ$                       B.  $30^\circ$   
C.  $45^\circ$                       D.  $60^\circ$

7. 下列三角形,不一定是等边三角形的是 ( )

- A. 有两个角等于  $60^\circ$  的三角形  
B. 有一个外角等于  $120^\circ$  的等腰三角形  
C. 三个角都相等的三角形  
D. 边上的高也是这边的中线的三角形

8. 如图,等腰  $\triangle ABC$  的底边  $BC$  长为 6,面积是 18,腰  $AC$  的垂直平分线  $EF$  分别交  $AC, AB$  边于  $E, F$  点,若点  $D$  为  $BC$  边的中点,点  $M$  为线段  $EF$  上一动点,则  $\triangle CDM$  周长的最小值为 ( )



- A. 6                          B. 8  
C. 9                          D. 10

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

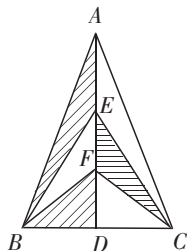
9. 已知点  $A(x, -4)$  与点  $B(3, y)$  关于  $y$  轴对称,那么  $x+y$  的值为\_\_\_\_\_.

10. 等腰三角形的一边长是 5,另一边长是 12,则它的周长是\_\_\_\_\_.

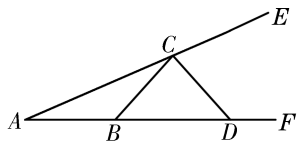
11.  $\triangle ABC$  中, $AB = AC$ , $\angle A = \angle C$ ,则

$\angle B =$  \_\_\_\_\_.

12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $AD$ 是 $BC$ 边上的高,点 $E,F$ 是 $AD$ 的三等分点,若 $\triangle ABC$ 的面积为 $12\text{ cm}^2$ ,则图中阴影部分的面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



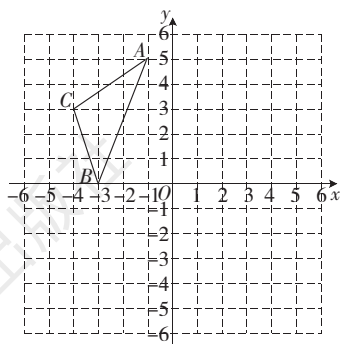
13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $\angle A=40^\circ$ , $AB$ 的垂直平分线交 $AC$ 于点 $D$ ,则 $\angle DBC =$  \_\_\_\_\_.
14. 如果等腰三角形的两个角的比是 $2:5$ ,那么底角的度数是 \_\_\_\_\_.
15. 如图, $\angle EAF=15^\circ$ , $AB=BC=CD$ ,则 $\angle ECD$ 等于 \_\_\_\_\_.



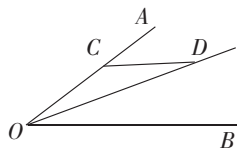
16. 已知点 $P(x+1, 2x-1)$ 关于 $x$ 轴对称的点在第一象限,则 $|x+2| - |1-x| =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题(共 52 分)

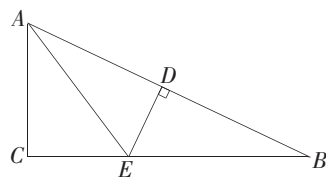
17. (8 分) 如图,在直角坐标系中, $A(-1, 5)$ , $B(-3, 0)$ , $C(-4, 3)$ .
- (1) 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 $y$ 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- (2) 写出点 $C_1$ 的坐标;
- (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



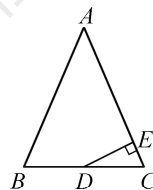
18. (8 分) 如图,已知 $OP$ 为 $\angle AOB$ 的平分线,取 $OA$ 上一点 $C$ ,过点 $C$ 作 $CP \parallel OB$ , $CP=4$ ,求 $OC$ 的长度.



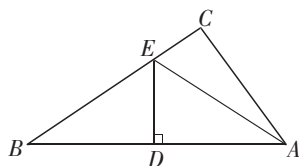
19. (8 分)如图,在 $\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ , $DE$  是  $AB$  的垂直平分线, $\angle CAE = \angle B + 30^\circ$ ,求 $\angle AEB$  的度数.



20. (8 分)如图, $\triangle ABC$  是边长为 12 的等边三角形, $D$  是  $BC$  边上的中点, $DE \perp AC$  于点  $E$ ,则  $CE$  的长是多少?



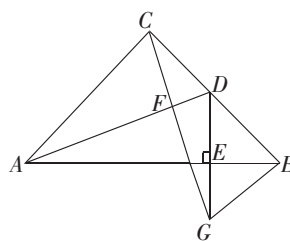
21. (10 分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $DE$  是  $AB$  的垂直平分线, 连接  $AE$ ,  $\angle CAE : \angle DAE = 1 : 2$ , 求  $\angle B$  的度数.



22. (10 分) 如图, 在等腰直角三角形  $ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  为  $BC$  的中点,  $DE \perp AB$ , 垂足为  $E$ , 过点  $B$  作  $BG \parallel AC$  交  $DE$  的延长线于点  $G$ , 连接  $CG$ .

(1) 求证:  $\triangle DBE \cong \triangle GBE$ ;

(2) 求证:  $AD \perp CF$ .



## 第十四章 单元检测

(时间:100 分钟 满分:100 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 计算  $(m^3n)^2$  的结果是 ( )

- A.  $m^6n$                       B.  $m^6n^2$   
C.  $m^5n^2$                       D.  $m^3n^2$

2. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $x^2 \cdot x^3 = x^6$               B.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$   
C.  $3a + 2a = 5a^2$               D.  $(-2x^3)^2 = 4x^6$

3. 如果  $(x+m)(x+3)$  的积不含  $x$  的一次项,则  $m$  的值为 ( )

- A. -3    B. 3    C. 0    D. 1

4. 下列乘法运算中,不能运用乘法公式的是 ( )

- A.  $(-x+7)(-x-7)$   
B.  $(m+n)(-m+n)$   
C.  $(x-2y)(2x-y)$   
D.  $(1-3x)^2$

5. 下列各式中,能用平方差公式分解因式的有 ( )

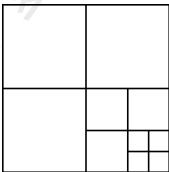
- ①  $x^2 + y^2$ ; ②  $x^2 - y^2$ ; ③  $-x^2 + y^2$ ; ④  $-x^2 - y^2$ ; ⑤  $1 - \frac{1}{4}a^2b^2$ ; ⑥  $x^2 - 4$

- A. 2 个    B. 3 个    C. 4 个    D. 5 个

6. 下列多项式能用公式法分解因式的是 ( )

- A.  $a^2 - b$                       B.  $a^2 + b^2$   
C.  $a^2 + ab + b^2$               D.  $a^2 - 6a + 9$

7. 连接边长为 1 的正方形对边中点,可将一个正方形分成 4 个大小相同的小正方形,选右下角的小正方形进行第二次操作,又可



将这个正方形分成 4 个更小的小正方形……重复这样的操作,则 5 次操作后右下角的小正方形面积是 ( )

- A.  $\left(\frac{1}{2}\right)^5$                       B.  $\left(\frac{1}{4}\right)^5$   
C.  $\frac{1}{5}$                           D.  $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5$

8. 把多项式  $x^2 + ax + b$  分解因式,得  $(x+1) \cdot (x-3)$ ,则  $a, b$  的值分别是 ( )

- A.  $a=2, b=3$                       B.  $a=-2, b=-3$   
C.  $a=-2, b=3$                       D.  $a=2, b=-3$

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

9.  $(-a^5)^4 \cdot (-a^2)^3 =$  \_\_\_\_\_.

10.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2002} \times (1.5)^{2003} =$  \_\_\_\_\_.

11.  $(9 \times 10^7) \div (3 \times 10^2) =$  \_\_\_\_\_.

12. 若  $3^x = \frac{1}{2}, 3^y = \frac{2}{3}$ ,则  $3^{x-y} =$  \_\_\_\_\_.

13.  $2x^2 - 8 =$  \_\_\_\_\_.

14. 分解因式:  $x(x-1) - 3x + 4 =$  \_\_\_\_\_.

15. 若  $a^2 - b^2 = 6, a - b = 2$ ,则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

16. 若  $a + b = -3, ab = 2$ ,则  $(a-b)^2 =$  \_\_\_\_\_,  $a^2 - b^2 =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题(共 52 分)

17. (12 分)计算:

$$(1)x + 2(x+3) - (x+6)(x+1);$$



$$(2) [x(x^2y^2 - xy) - y(x^2 - x^3y)] \\ \div 2x^2y;$$

$$(3)(2x + y + z)(y - 2x - z).$$

18. (12 分) 因式分解:

$$(1)a^2x - 4b^2x;$$

$$(2)2x^2y - 8xy + 8y;$$

$$(3)x^3 - 2x^2y + xy^2.$$

19. (6 分) 化简求值:

$$(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a - b)(a + b),$$

其中  $a = 0.5, b = -1$ .

20. (6 分) 在三个整式  $x^2 + 2xy, y^2 + 2xy,$

$x^2$  中, 请任意选两个进行加(或减)运算,

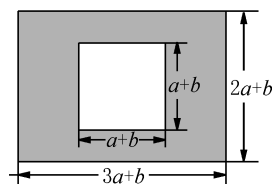
使所得的整式可以分解, 并进行因式分解.

21. (8分) 已知长方形的长为  $a$ , 宽为  $b$ , 周长为 16, 两边的平方和为 40.

(1) 求此长方形的面积;

(2) 求  $ab^3 + 2a^2b^2 + a^3b$  的值.

22. (8分) 某小区的公共用地是一块长为  $(3a + b)$  米, 宽为  $(2a + b)$  的长方形, 物业部门计划将公共用地进行绿化(如图阴影部分), 中间部分将修建一仿古小景点(如图中间的正方形), 则绿化的面积是多少平方米? 并求出当  $a = 3, b = 2$  时的绿化面积.



## 第十五章 单元检测

(时间:100 分钟 满分:100 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列各式: $\frac{a-b}{2}$ ,  $\frac{x+3}{x}$ ,  $\frac{5+y}{\pi}$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{4}(x^2+1)$ ,

$\frac{a+b}{a-b}$ ,  $\frac{1}{m}(x-y)$  中,是分式的有 ( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列计算正确的是 ( )

A.  $x^m + x^m = x^{2m}$  B.  $2x^n - x^n = 2$

C.  $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$  D.  $x^6 \div x^2 = x^4$

3. 若  $x, y$  的值均扩大为原来的 2 倍,则下列分式的值保持不变的是 ( )

A.  $\frac{3x}{2y}$  B.  $\frac{3x}{2y^2}$

C.  $\frac{3x^2}{2y}$  D.  $\frac{3x^3}{2y^2}$

4. 化简  $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$  的结果是 ( )

A.  $\frac{m}{m+3}$  B.  $-\frac{m}{m+3}$

C.  $\frac{m}{m-3}$  D.  $\frac{m}{3-m}$

5. 下列等式:①  $\frac{-(a-b)}{c} = -\frac{a-b}{c}$ ;

②  $\frac{-x+y}{-x} = \frac{x-y}{x}$ ; ③  $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$ ;

④  $\frac{-m-n}{m} = -\frac{m-n}{m}$  中,成立的是 ( )

A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

6. 计算  $\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)(a+2)} \cdot 5(a+1)^2$  的结果是

( )

A.  $5a^2-1$  B.  $5a^2-5$

C.  $5a^2+10a+5$  D.  $a^2+2a+1$

7. 计算  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{1-x}$  的结果正确的是 ( )

A. 0 B.  $\frac{2x}{1-x^2}$

C.  $\frac{2}{1-x^2}$  D.  $\frac{2}{x^2-1}$

8. 赵强同学借了一本书,共 280 页,要在两周借期内读完,当他读了一半时,发现平时每天要多读 21 页才能在借期内读完.他读前一半时,平均每天读多少页? 如果设读前一半时,平均每天读  $x$  页,则下列方程中,正确的是 ( )

A.  $\frac{140}{x} + \frac{140}{x-21} = 14$

B.  $\frac{280}{x} + \frac{280}{x+21} = 14$

C.  $\frac{10}{x} + \frac{10}{x+21} = 1$

D.  $\frac{140}{x} + \frac{140}{x+21} = 14$

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

9. 一种细菌半径是  $1.21 \times 10^{-5}$  米,用小数表示为 \_\_\_\_\_ 米.

10. 若  $\frac{5}{x-1}$  与  $\frac{4}{x-2}$  的值相等,则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 分式  $\frac{1}{2x}$ ,  $\frac{1}{2y^2}$ ,  $-\frac{1}{5xy}$  的最简公分母为 \_\_\_\_\_.

12. 若  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ , 则  $\frac{x+y}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 已知  $a+b=5$ ,  $ab=3$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 分式方程  $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{x-1} = \frac{7}{x^2-1}$  若化为整

式方程,在方程两边同乘的最简公分母是\_\_\_\_\_.

15. 当  $a, b$  满足条件\_\_\_\_\_

时,分式  $\frac{a+b}{ab}$  的值为 0.

16. 若分式方程  $\frac{2(x-a)}{a(x-1)} = -\frac{2}{5}$  的解为  $x = 3$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题(共 52 分)

17. (8 分) 计算:

(1)  $\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2-4}$ ;

(2)  $\frac{x^2}{x-1} - x - 1$ .

18. (8 分) 解方程:

(1)  $\frac{3}{2x-2} + \frac{1}{1-x} = 3$ ;

(2)  $\frac{1-x}{2-x} - 3 = \frac{1}{x-2}$ .

19. (8 分) 先化简,再求值:

$\left( \frac{x^2-2x+1}{x^2-x} + \frac{x^2-4}{x^2+2x} \right) \div \frac{1}{x}$ , 且  $x$  为满足  $-3 < x < 2$  的整数.

20. (8 分) 一列客车长 200 m, 一列货车长 280 m, 它们在平行的轨道上相向而行, 从车头相遇到车尾相离共用了 8 s, 若客车与货车的速度之比为 5:3, 求两车的速度.

21. (8 分) 某顾客第一次在商店买若干件小商品花去 4 元, 第二次再去买该小商品时, 发现每一打(12 件)降价 0.8 元, 购买一打以上可以拆零买. 这样, 第二次花去 4 元买同样小商品的件数是第一次的 1.5 倍, 问他第一次买的小商品是多少件?

22. (8 分) 东东玩具商店用 500 元购进一批悠悠球, 很受中小學生欢迎, 悠悠球很快售完, 接着又用 900 元购进第二批这种悠悠球, 所购数量是第一批数量的 1.5 倍, 但每套进价多了 4 元.

(1) 求第一批悠悠球每套的进价是多少元;

(2) 如果这两批悠悠球每套售价相同, 且全部售完后总利润不低于 25%, 那么每套悠悠球的售价至少是多少元?

# 期中测试题(A)

(时间:120 分钟 满分:120 分)

## 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下面四个手机应用图标中是轴对称图形的是 ( )



A



B



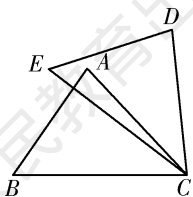
C



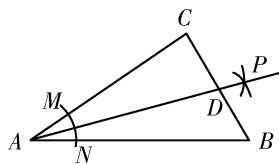
D

2. 如图,在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEC$  中,  $AB = DE$ . 若添加条件后使得  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ,则在下列条件中,不能添加的是 ( )

- A.  $BC = EC, \angle B = \angle E$   
 B.  $BC = EC, AC = DC$   
 C.  $\angle B = \angle E, \angle A = \angle D$   
 D.  $BC = EC, \angle A = \angle D$



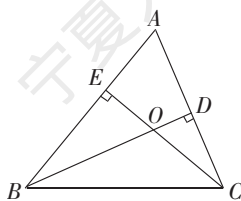
第 2 题图



第 3 题图

3. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,以顶点 A 为圆心,适当长为半径画弧,分别交 AC, AB 于点 M, N,再分别以点 M, N 为圆心,大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径画弧,两弧交于点 P,作射线 AP 交边 BC 于点 D,若  $CD = 4$ ,  $AB = 15$ ,则  $\triangle ABD$  的面积是 ( )
- A. 15    B. 30    C. 45    D. 60

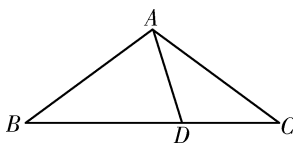
4. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\triangle ABC$  的两条高 BD, CE 交于点 O,则  $\angle BOC$  的度数是 ( )



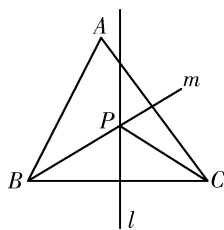
- A.  $120^\circ$     B.  $130^\circ$     C.  $135^\circ$     D.  $140^\circ$

5. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,且 D 为 BC 上一点,  $CD = AD$ ,  $AB = BD$ ,则  $\angle B$  的度数为 ( )

- A.  $30^\circ$     B.  $36^\circ$     C.  $40^\circ$     D.  $45^\circ$



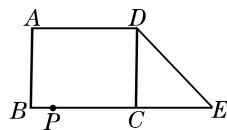
第 5 题图



第 6 题图

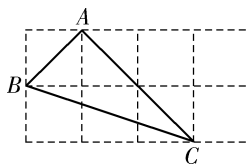
6. 如图,锐角三角形 ABC 中,直线 l 为 BC 的垂直平分线,射线 m 平分  $\angle ABC$ ,l 与 m 相交于 P 点.若  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle ACP = 24^\circ$ ,则  $\angle ABP$  等于 ( )
- A.  $24^\circ$     B.  $30^\circ$   
 C.  $32^\circ$     D.  $42^\circ$

7. 如图,在长方形 ABCD 中,  $AB = 4$ ,  $AD = 6$ ,延长 BC 到点 E,使  $CE = 2$ ,连接 DE. 动点 P 从点 B 出发,以每秒 2 个单位的速度沿  $BC \rightarrow CD \rightarrow DA$  向终点 A 运动. 设点 P 的运动时间为 t 秒,当  $\triangle ABP$  和  $\triangle DCE$  全等时,t 的值为 ( )



- A. 1    B. 1 或 3  
 C. 1 或 7    D. 3 或 7

8. 如图在  $2 \times 4$  的正方形网格中,  $\triangle ABC$  的顶点都在小正方形的格点上,这样的三角形称为格点三角形,在网格中与  $\triangle ABC$  成轴对称的格点三角形

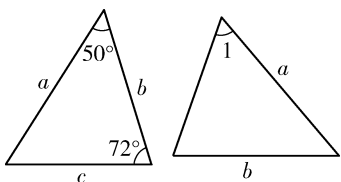


一共有 ( )

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

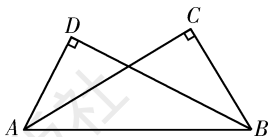
## 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

9. 已知图中的两个三角形全等,则  $\angle 1$  等于 \_\_\_\_\_ 度.



10. 如图,  $AC \perp BC$ ,  $AD \perp DB$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ , 还需添加条件 \_\_\_\_\_.

(只需写出符合条件的一种情况)



11. 平面直角坐标系中的点  $P(2-m, \frac{1}{2}m)$

关于  $x$  轴的对称点在第四象限, 则  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

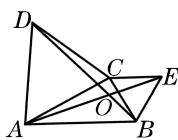
12. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角的度数为  $20^\circ$ , 则顶角的度数是 \_\_\_\_\_.

13. 多边形每一个内角都等于  $150^\circ$ , 则从此多边形一个顶点出发的对角线有 \_\_\_\_\_ 条.

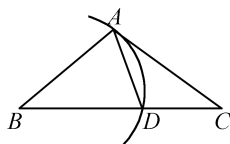
14.  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边, 化简  $|a-b-c| - |a+b-c| + 2a$  结果是 \_\_\_\_\_.

15. 如图在  $\triangle ABC$  中, 分别以  $AC, BC$  为边作等边  $\triangle ACD$  和等边  $\triangle BCE$ , 连接  $AE, BD$  交于点  $O$ , 则  $\angle AOB$  的度数为 \_\_\_\_\_.

16. 如图, 以  $\triangle ABC$  的顶点  $B$  为圆心,  $BA$  长为半径画弧, 交  $BC$  边于点  $D$ , 连接  $AD$ . 若  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle C = 36^\circ$ , 则  $\angle DAC$  的大小为 \_\_\_\_\_ 度.



第 15 题图



第 16 题图

## 三、解答题(共 72 分)

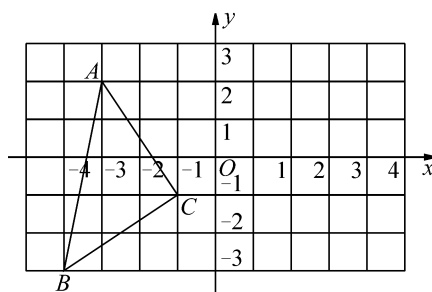
17. (6 分) 一个正多边形的一个外角等于它的一个内角的  $\frac{1}{3}$ , 这个正多边形是几边形?

18. (6 分) 已知一个  $n$  边形的每一个内角都等于  $150^\circ$ .

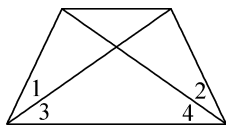
(1) 求  $n$ ;

(2) 求这个  $n$  边形的内角和.

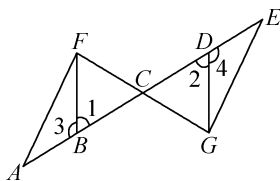
19. (6 分) 利用关于坐标轴对称的点的坐标的特点, 在下面坐标系中作出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴和  $x$  轴对称的图形.



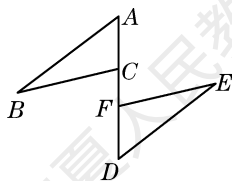
20. (6分) 如图, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $AB$  与  $CD$  相等吗? 请你说明理由.



21. (6分) 如图,  $AD = EB$ ,  $BF = DG$ ,  $BF \parallel DG$ , 点  $A, B, C, D, E$  在同一直线上. 求证:  $AF = EG$ .

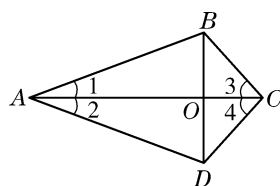


22. (6分) 已知  $A, C, F, D$  在同一直线上,  $AF = DC$ ,  $AB = DE$ ,  $BC = EF$ , 求证:  $AB \parallel DE$ .

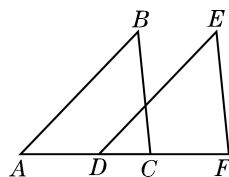


23. (8分) 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  相交于  $O$  点,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . 求证:

- (1)  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ;  
(2)  $BO = DO$ .



24. (8分) 已知  $AB \parallel DE$ ,  $BC \parallel EF$ ,  $D, C$  在  $AF$  上, 且  $AD = CF$ , 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .





25. (10 分) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,  $B, E, C, F$  在同一直线上, 下面有四个条件, 并加以证明.

①  $AB = DE$ ; ②  $AC = DF$ ; ③  $\angle ABC = \angle DEF$ ; ④  $BE = CF$ .

(1) 请你从中选三个作为题设, 余下的一个作为结论, 问一共有几种正确的命题. 答 \_\_\_\_\_ 种.

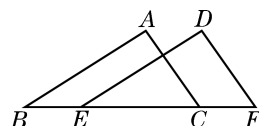
(2) 选择其中一个正确的命题, 并证明.

解: 我写的真命题是:

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

已知: \_\_\_\_\_,

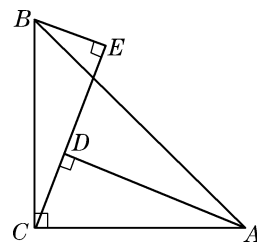
求证: \_\_\_\_\_. (不能填序号)



26. (10 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $BE \perp CE$  于  $E$ ,  $AD \perp CE$  于  $D$ .

(1) 求证:  $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ ;

(2)  $AD = 5$  cm,  $DE = 3$  cm, 求  $BE$  的长度.



## 期中测试题(B)

(时间:120 分钟 满分:120 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

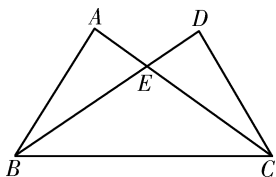
1. 下列实数中,有理数是 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $2\pi$   
C.  $\sqrt[3]{5}$                       D. 0.202002

2. 给出下列已知条件:① $AB=3, BC=4, AC=8$ ; ② $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, AB=4$ ; ③ $AB=3, BC=3, \angle A=30^\circ$ ; ④ $AB=3, BC=4, AC=5$ . 其中能画出唯一三角形的是 ( )

- A. 1 个                      B. 2 个  
C. 3 个                      D. 4 个

3. 如图,已知  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ,  $AB=10$ ,  $\angle A=60^\circ, \angle ABC=80^\circ$ , 那么下列结论中错误的是 ( )



- A.  $\angle D=60^\circ$                       B.  $\angle DBC=40^\circ$   
C.  $AC=DB$                       D.  $BE=10$

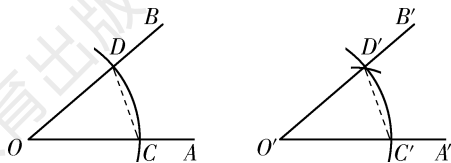
4. 对于命题“若  $a^2 > b^2$ , 则  $a > b$ ”, 下面四组关于  $a, b$  的值中,能说明这个命题是假命题的是 ( )

- A.  $a=3, b=-2$                       B.  $a=-2, b=3$   
C.  $a=2, b=-3$                       D.  $a=-3, b=2$

5. 在平面直角坐标系中,若点  $P(-3, a)$  与点  $Q(b, -4)$  关于  $x$  轴对称,则  $a+b$  的值为 ( )

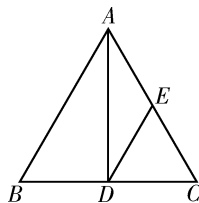
- A. -7      B. 7      C. 1      D. -1

6. 用直尺和圆规作一个角等于已知角,如图,能得出  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  的依据是 ( )



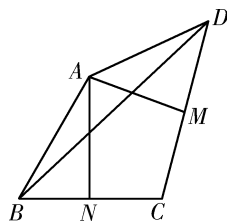
- A. SAS      B. AAS      C. ASA      D. SSS

7. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B=60^\circ, \angle EDC = \angle BAC$ , 且  $D$  为  $BC$  中点,  $DE=CE$ , 则  $AE:AB$  的值为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{3}$   
C.  $\frac{3}{5}$                       D. 无法确定

8. 如图,在四边形  $ABCD$  中,  $M, N$  分别是  $CD, BC$  的中点,且  $AM \perp CD, AN \perp BC$ , 已知  $\angle MAN = 74^\circ, \angle DBC = 41^\circ$ , 则  $\angle ADC$  度数为 ( )



- A.  $45^\circ$       B.  $47^\circ$       C.  $49^\circ$       D.  $51^\circ$

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

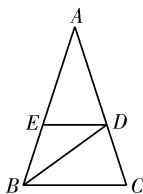
9.  $\triangle ABC$  中,若  $\angle A = \angle B = 2\angle C$ , 则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_.

10. “相等的角是对顶角”的逆命题是 \_\_\_\_\_ (填“真”或“假”)命题.

11. 若  $3x+4$  的平方根是  $\pm 1$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

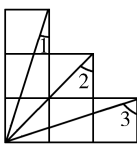
12. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC, \angle A=36^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于点  $D$ ,  $DE$

//BC, 则图中共有 \_\_\_\_\_ 个等腰三角形.

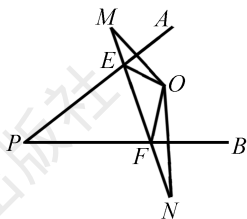


13. 若  $a < \sqrt{21} < b$ , 且  $a, b$  是两个连续的正整数, 则  $\sqrt{a+b}$  的值是 \_\_\_\_\_.

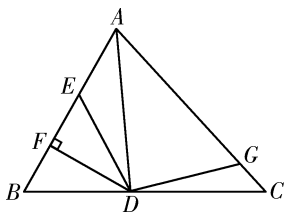
14. 如图为 6 个边长相等的正方形的组合图形, 则  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



15. 如图所示, 已知  $O$  是  $\angle APB$  内的一点, 点  $M, N$  分别是  $O$  点关于  $PA, PB$  的对称点,  $MN$  与  $PA, PB$  分别相交于点  $E, F$ , 已知  $MN = 5$  cm, 则  $\triangle OEF$  的周长为 \_\_\_\_\_ cm.

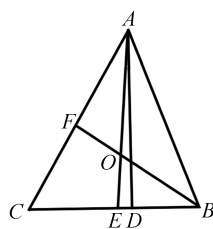


16. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $DF \perp AB$ , 垂足为  $F$ ,  $DE = DG$ ,  $\triangle ADG$  和  $\triangle AED$  的面积分别为 65 和 33, 则  $\triangle EDF$  的面积为 \_\_\_\_\_.



### 三、解答题(共 72 分)

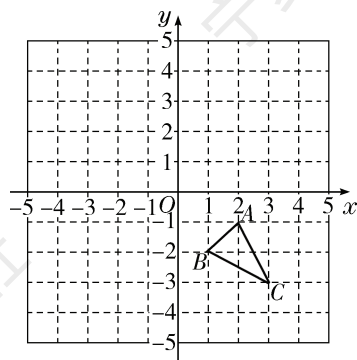
17. (6 分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是高,  $AE, BF$  是角平分线, 它们相交于点  $O$ ,  $\angle CAB = 50^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ , 求  $\angle DAE$  和  $\angle BOA$  的度数.



18. (6 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别是  $A(2, -1), B(1, -2), C(3, -3)$ .

- (1) 将  $\triangle ABC$  向上平移 4 个单位长度得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 请画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- (2) 请画出与  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A_2B_2C_2$ ;
- (3) 请写出  $A_1, A_2$  的坐标.

解: (1) 如图所示:  $\triangle A_1B_1C_1$  即为所求;



- (2) 如图所示:  $\triangle A_2B_2C_2$ , 即为所求;  
(3)  $A_1(2, 3), A_2(-2, -1)$ .

19. (6 分) 把下列各数填入相应的集合内:

$$-3, \frac{22}{7}, \sqrt{8}, \sqrt[3]{27}, -\frac{1}{3}\pi, -2.020020002,$$

$$2018, -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

正实数集合 { \_\_\_\_\_,  $\dots$  };

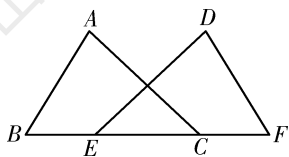
负实数集合 { \_\_\_\_\_ , ... } ;

有理数集合 { \_\_\_\_\_ , ... } ;

无理数集合 { \_\_\_\_\_ , ... } .

20. (6分) 如果  $2a-1$  的算术平方根是 3,  $3a+b-9$  的立方根是 2, 解下列关于  $x$  的方程:  $(a+2)x+b^2=a-1$ .

21. (6分) 如图, 已知:  $BE=FC$ ,  $\angle B=\angle F$ ,  $\angle ACE=\angle DEC$ .  
求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ .

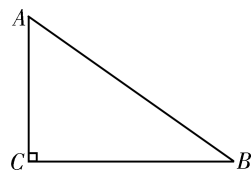


22. (6分) 阅读: 已知  $a, b, c$  都是正整数, 对于同指数, 不同底数的两个幂  $a^b$  与  $c^b$ , 当  $a > c$  时,  $a^b > c^b$ . 解决下列问题:

(1) 比较大小:  $2^{10}$  \_\_\_\_\_  $3^{10}$ ;

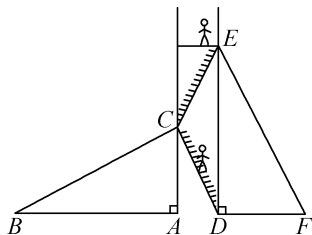
(2) 试比较  $3^{55}$  与  $5^{33}$  的大小.

23. (8分) 如图, 已知  $\triangle ABC$ ,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC < BC$ ,  $D$  为  $BC$  上一点, 且到  $A, B$  两点的距离相等.



- (1) 用直尺和圆规作出点  $D$  的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);  
(2) 连接  $AD$ , 若  $\angle B=35^\circ$ , 求  $\angle CAD$  的度数.

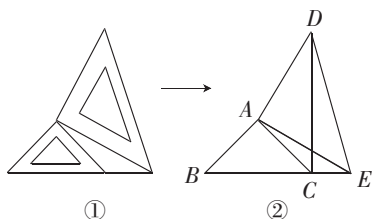
24. (8分) 如图所示, 有两个长度相等的滑梯, 左边滑梯  $BC$  的高  $AC$  与右边滑梯  $EF$  水平方向的长度  $DF$  相等, 两滑梯倾斜角  $\angle ABC$  和  $\angle DFE$  有什么关系?



25. (10分) 两个大小不同的等腰直角三角形三角板如图①所示放置, 图②是由它抽象出的几何图形,  $B, C, E$  在同一条直线上, 连接  $DC$ .

(1) 请找出图②中的全等三角形, 并给予说明(说明: 结论中不得含有未标识的字母);

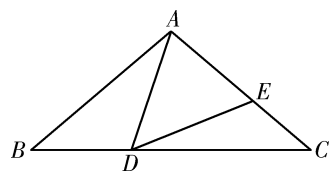
(2) 试说明:  $DC \perp BE$ .



26. (10分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 2$ ,  $\angle B = \angle C = 50^\circ$ , 点  $D$  在线段  $BC$  上运动(点  $D$  不与  $B, C$  重合), 连接  $AD$ , 作  $\angle ADE = 50^\circ$ ,  $DE$  交线段  $AC$  于点  $E$ .

(1) 若  $DC = 2$ , 求证:  $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ ;

(2) 在点  $D$  的运动过程中,  $\triangle ADE$  的形状可以是等腰三角形吗? 若可以, 请求出  $\angle BDA$  的度数; 若不可以, 请说明理由.



## 期末测试题(A)

(时间:120 分钟 满分:120 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列图标中,是轴对称图形的是 ( )



A



B



C



D

2. 已知三角形的两边长分别为 6,11,那么第三边的长可以是 ( )

A. 3 B. 4  
C. 5 D. 6

3. 下列各式计算正确的是 ( )

A.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$   
B.  $(-a^4)^3 = a^7$   
C.  $2a \cdot (-3b) = 6ab$   
D.  $a^5 \div a^4 = a (a \neq 0)$

4. 下列各式从左到右的变形中,是因式分解的是 ( )

A.  $3x+2x-1=5x-1$   
B.  $(3a+2b)(3a-2b)=9a^2-4b^2$   
C.  $x^2+x=x^2(1+\frac{1}{x})$   
D.  $2x^2-8y^2=2(x+2y)(x-2y)$

5. 下列多项式中能用平方差公式分解因式的是 ( )

A.  $a^2+b^4$  B.  $m^2-20mn$   
C.  $-x^2+y^2$  D.  $x^2+9$

6. 下列约分正确的是 ( )

A.  $\frac{2(b+c)}{a+3(b+c)} = \frac{2}{a+3}$   
B.  $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = -1$   
C.  $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{2}{a+b}$   
D.  $\frac{x-y}{2xy-x^2-y^2} = \frac{1}{y-x}$

7. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器,现在生产 600 台机器所需时间与

原计划生产 450 台机器所需时间相同.设原计划平均每天生产  $x$  台机器,根据题意,下面所列方程正确的是 ( )

A.  $\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x}$   
B.  $\frac{600}{x-50} = \frac{450}{x}$   
C.  $\frac{600}{x} = \frac{450}{x+50}$   
D.  $\frac{600}{x} = \frac{450}{x-50}$

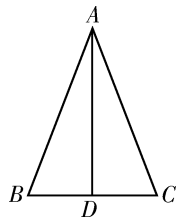
8. 若  $x^2+2(m-3)x+16$  是完全平方式,则  $m$  的值是 ( )

A. -5 或 1 B. 7  
C. -1 D. 7 或 -1

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

9. 用科学记数法表示 0.000000000301 = \_\_\_\_\_.

10. 如图,在  $\triangle ABC$  中, $AB=AC$ , $AD$  是  $BC$  边上的高, $BD=4$  cm,则  $BC=$  \_\_\_\_\_ cm.



11. 在平面直角坐标系中,点 A 的坐标是  $(-2,3)$ ,作点 A 关于  $x$  轴的对称点,得到点  $A'$ ,再作点  $A'$  关于  $y$  轴的对称点,得到点  $A''$ ,则点  $A''$  的坐标是 \_\_\_\_\_.

12. 计算  $(-\frac{1}{2})^{-4} \times (1-\pi)^0 - |-15| =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $x^2+y^2=10$ ,  $xy=3$ ,则  $x+y=$  \_\_\_\_\_.

14. 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时,分式  $\frac{1}{1-x}$  没有意义.

15. 一个多边形的每一个外角都是  $45^\circ$ ,则这

个多边形是\_\_\_\_\_边形.

16. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ , 则代数式  $\frac{2x - 14xy - 2y}{x - 2xy - y}$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题(共 72 分)

17. (6 分)  $(a - 2b)^2 - (2a + b)(b - 2a) - 4a(a - b)$ .

18. (6 分)  $(2x + 3y)^2 - (4x - 9y)(4x + 9y) + (3x - 2y)^2$ .

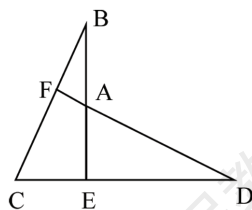
19. (6 分) 分解因式:

$$(x - y)^2 + 16(y - x).$$

20. (6 分) 如图, 已知:  $BE \perp CD$ ,  $BE = DE$ ,  $BC = DA$ .

求证: (1)  $\triangle BCE \cong \triangle DAE$ ;

(2)  $DF \perp BC$ .



21. (6 分) 先化简再求值:  $5(3a^2b - ab^2) - 3(ab^2 + 5a^2b)$ , 其中  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ .

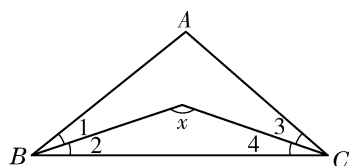
22. (6 分) 先化简  $(\frac{3a}{a+3} - \frac{2a}{a-3}) \div \frac{a}{a^2-9}$ , 然后从  $-3, 0, 1, 3$  四个数中选择一个适当的数作为  $a$  的值代入求值.

23. (8 分) 解分式方程:

$$(1) \frac{2}{x-3} = \frac{3}{x};$$

$$(2) \frac{x}{x-2} - 1 = \frac{8}{x^2-4}.$$

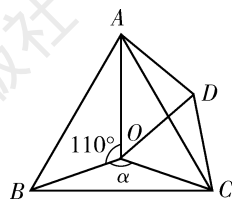
24. (8 分) 如图, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle A = 100^\circ$ , 求  $x$  的值.



25. (10 分) 列方程解应用题:

2008 年 5 月 12 日, 四川省发生 8.0 级地震, 我校师生积极捐款, 已知第一天捐款 4800 元, 第二天捐款 6000 元, 第二天捐款人数比第一天捐款人数多 50 人, 且两天人均捐款数相等, 那么两天共参加捐款的人数是多少?

26. (10 分) 如图, 点  $O$  是等边  $\triangle ABC$  内一点,  $\angle AOB = 110^\circ$ ,  $\angle BOC = \alpha$ . 以  $OC$  为一边作等边三角形  $OCD$ , 连接  $AC$ 、 $AD$ .



- (1) 当  $\alpha = 150^\circ$  时, 试判断  $\triangle AOD$  的形状, 并说明理由;  
(2) 探究: 当  $\alpha$  为多少度时,  $\triangle AOD$  是等腰三角形?



## 期末测试题(B)

(时间:120 分钟 满分:120 分)

### 一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列标志中,可以看作是轴对称图形的是

( )



A



B



C



D

2. 点  $A(2,3)$  关于  $y$  轴成轴对称的点的坐标是

( )

A.  $(3,-2)$

B.  $(-2,3)$

C.  $(-2,-3)$

D.  $(2,-3)$

3. 要使四边形木架(用四根木条钉成)不变形,至少要再钉上的木条的根数为

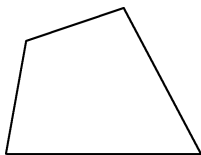
( )

A. 一条

B. 两条

C. 三条

D. 四条



4. 等腰三角形的一个角是  $110^\circ$ , 它的另外两个角的度数是

( )

A.  $35^\circ$  和  $35^\circ$

B.  $50^\circ$  和  $50^\circ$

C.  $55^\circ$  和  $55^\circ$

D.  $110^\circ$  和  $10^\circ$

5. 有下列长度的三条线段,能组成三角形的是

( )

A. 1 cm, 2 cm, 3 cm

B. 1 cm, 4 cm, 2 cm

C. 2 cm, 3 cm, 4 cm

D. 6 cm, 2 cm, 3 cm

6. 光的速度约是  $3 \times 10^5$  km/s, 太阳光照射到地球表面所需的时间约是  $5 \times 10^2$  s, 那么地球与太阳之间的距离约是(用科学记数法表示)

( )

A.  $1.5 \times 10^7$  km

B.  $1.5 \times 10^8$  km

C.  $1.5 \times 10^8$  km

D.  $15 \times 10^7$  km

7. 若  $x = -5, y = 2$ , 则  $\frac{2x}{x^2 - 16y^2} - \frac{1}{x - 4y}$  的值等于

( )

A.  $\frac{1}{17}$

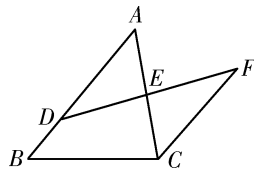
B.  $\frac{1}{15}$

C.  $\frac{1}{7}$

D.  $\frac{1}{3}$

8. 如图,  $D$  是  $AB$  上一点,  $DF$  交  $AC$  于点  $E, FC \parallel AB$ , 则下列结论错误的是

( )



A. 若  $AE = CE$ , 则  $DE = FE$

B. 若  $DE = FE$ , 则  $AE = CE$

C. 若  $BC = CF$ , 则  $AD = CF$

D. 若  $AD = CF$ , 则  $DE = FE$

### 二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

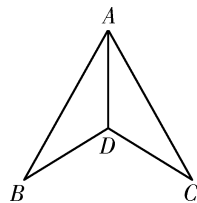
9. 约分  $\frac{5x}{25x^2}$  的结果为\_\_\_\_\_.

10. 计算  $(-2a)^3 \cdot 3a^2$  的结果为\_\_\_\_\_.

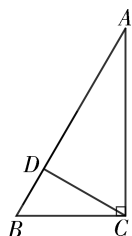
11. 若分式  $\frac{x-1}{x^2-1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 代数式  $2a^2 + 3a + 1$  的值是 6, 那么代数式  $6a^2 + 9a + 5$  的值是\_\_\_\_\_.

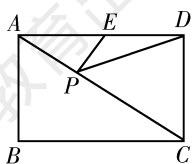
13. 如图,  $\angle ADB = \angle ADC$ , 要使  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ , 需添加一个条件, 则添加的条件可以为\_\_\_\_\_.



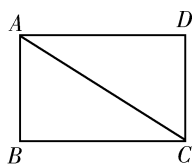
14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$ , $CD$ 是高, $\angle A=30^\circ$ ,若 $BD=a$ ,则 $AB$ 的长为\_\_\_\_\_.



15. 若 $x^2+mx+16$ 是完全平方式,则 $m$ 的值是\_\_\_\_\_.
16. 如图①,在长方形 $ABCD$ 中,点 $P,E$ 分别是线段 $AC,AD$ 上的动点,连接 $PE,PD$ ,若使得 $PE+PD$ 的值最小,应如何确定点 $P$ 和点 $E$ 的位置? 请你在图②中画出点 $P$ 和点 $E$ 的位置,并简述画法



图①



图②

### 三、解答题(共 72 分)

17. (6 分)计算:

$$(3x+1)(x-2).$$

18. (6 分)计算:

$$\frac{x}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 3.$$

19. (6 分)计算:

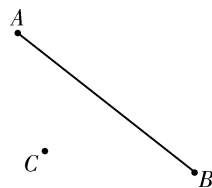
$$\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}.$$

20. (6 分)计算:

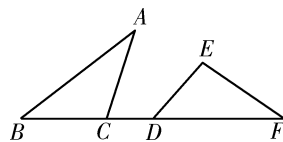
$$\frac{25a^2-80a+64}{5a-8} \div (5-\frac{8}{a}).$$

21. (6 分)已知:线段 $AB$ 和 $AB$ 外一点 $C$ .

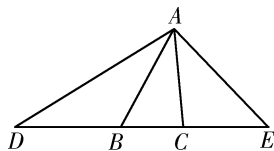
求作: $AB$ 的垂线,使它经过点 $C$ (要求:尺规作图,保留作图痕迹,不写作法).



22. (6 分)如图,点 $C,D$ 在线段 $BF$ 上, $AB \parallel DE$ , $AB=DF$ , $\angle A=\angle F$ ,求证: $BC=DE$ .

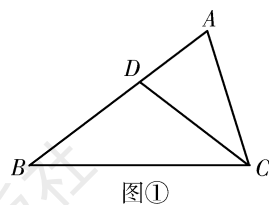
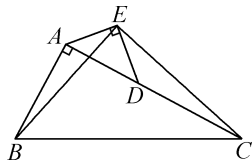


23. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle ACB = 82^\circ$ , 延长  $CB$  至  $D$ , 使  $DB = BA$ , 延长  $BC$  至  $E$ , 使  $CE = CA$ , 连接  $AD, AE$ , 求  $\angle D, \angle E, \angle DAE$  的度数.



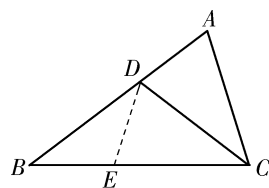
24. (8分) 两个工程队共同参与一项筑路工程, 甲队单独做需要 3 个月完成, 根据工程需要, 决定先让甲工程队施工 1 个月, 然后增加了乙队, 两队又共同工作了半个月将总工程完成, 求乙队单独多长时间能完成全部任务?

25. (10 分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AC = 2AB$ , 点  $D$  是  $AC$  的中点, 将一块锐角为  $45^\circ$  的直角三角形  $ADE$  如图放置, 使三角板斜边的两个端点分别与  $A, D$  重合, 连接  $BE, EC$ . 试猜想线段  $BE$  和  $EC$  有怎样的数量关系, 并证明你的猜想.



图①

小聪思考: 因为  $CD$  平分  $\angle ACB$ , 所以可在  $BC$  边上取点  $E$ , 使  $EC = AC$ , 连接  $DE$ . 这样很容易得到  $\triangle DEC \cong \triangle DAC$ , 经过推理能使问题得到解决 (如图②).



图②

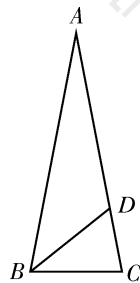
请回答:

(1)  $\triangle BDE$  是 \_\_\_\_\_ 三角形.

(2)  $BC$  的长为 \_\_\_\_\_.

参考小聪思考问题的方法, 解决问题:

如图③, 已知  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 20^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $BD = 2.3$ ,  $BC = 2$ . 求  $AD$  的长.



图③

26. (10 分) 阅读下面材料:

小聪遇到这样一个有关角平分线的问题: 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 2\angle B$ ,  $CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $AD = 2.2$ ,  $AC = 3.6$ , 求  $BC$  的长.